

## PERBANDINGAN ANTARA ANALISIS DATA LONGITUDINAL DAN SEKAT-SILANG

*(Comparison between Longitudinal and Cross-Sectional Data Analysis)*

**Surianto Bataradewa**

(Laboratorium Matematika, Fakultas MIPA, UNIPA)

### ABSTRACT

*Classical regression analysis is usually used in many analyses of longitudinal data or repeated measurement data (the response of each individual is observed repeatedly). It assumed that there is no correlation between pairs of observations. Wherea, multiple observations on the same object generally produce correlated outcomes. Ignoring correlation in regression analysis can lead to incorrect conclusions. In longitudinal data analysis is to regard the correlations between pairs of observations in this case the structure of covariance. For this reason, inference from longitudinal data analysis can make more correct conclusions. The objective of the study is to know the effectiveness and efficiency of longitudinal data analysis to describe the change of response over time comparing of the cross sectional data analysis. Simulation data was used to investigate the behavior of longitudinal data analysis. The result of this study showed that longitudinal data analysis was powerful to increase the information of the change of the response over time succesfully. If the correlation between two observations in same object is increasing, the cross sectional data analysis becomes inefficient to describe means response as a function of time.*

*Key Words: Analysis, Longitudinal, covariance, Simulation*

---

### PENDAHULUAN

#### Latar Belakang

Data longitudinal diperoleh melalui pengukuran berulang yang berhubungan dengan situasi dimana data dikumpulkan dari obyek atau unit-unit percobaan yang sama dan diamati sepanjang suatu periode waktu untuk dicatat pola perkembangan peubah responsnya. Analisis data longitudinal telah banyak dilakukan dalam berbagai bidang ilmu seperti, kedokteran, sosial, biologi, kimia, pertanian; dan merupakan salah satu strategi yang penting, khususnya dalam penelitian bidang medis/kedokteran dan ilmu sosial.

Selama ini analisis statistika yang sering dilakukan terhadap data longitudinal atau data pengukuran berulang guna mendapatkan rata-rata respons ialah dengan menganggap bahwa setiap objek menghasilkan satu pengamatan. Analisis ini dikenal dengan istilah analisis data sekat-silang (*cross-sectional*), yang umumnya menggunakan metode kuadrat terkecil biasa (*ordinary least squares methods*).

Penggunaan analisis data sekat-silang terhadap data longitudinal pada dasarnya mengabaikan adanya korelasi antar pengamatan berulang pada objek yang sama. Akibatnya hasil analisisnya diragukan kebenarannya. Untuk mengatasi kesalahan tersebut perlu dilakukan suatu analisis yang memperhatikan struktur koragam antar pengamatan berulang pada objek yang sama, yaitu dengan analisis data longitudinal.

Pendekatan analisis data longitudinal untuk menggambarkan perubahan respons dari waktu ke waktu

dilakukan dengan mengasumsikan sebagai model peubah ganda linear Gauss serta memperhatikan model struktur koragam peubah respons dari setiap objek. Ada dua model struktur koragam yang umum digunakan yaitu (1) model korelasi seragam yang mengasumsikan adanya korelasi positif antara dua pengukuran pada objek yang sama dan (2) model korelasi eksponensial yang mengasumsikan bahwa korelasi antara

pasangan pengukuran pada objek yang sama mendekati nol dengan meningkatnya jarak waktu pengukuran (Diggle *et al.*, 1994). Berdasarkan kedua model struktur koragam tersebut perlu dipelajari perilaku analisis data longitudinal dengan memperhatikan tingkat korelasi dan banyaknya waktu pengukuran.

Akan dipelajari juga sejauh mana analisis data sekat-silang dapat ditolerir untuk menganalisis data longitudinal, karena analisis data sekat-silang dapat juga menggambarkan perubahan respons dari waktu ke waktu, namun dengan mengasumsikan korelasi antar pengamatan berulang ialah nol atau kecil.

### Tujuan Penelitian

Sesuai dengan permasalahan di atas, penelitian ini bertujuan : (1) Menelusuri penerapan analisis data longitudinal pada berbagai tingkat korelasi dan banyaknya waktu pengukuran dengan dua model struktur korelasi, (2) Membandingkan pendugaan profil rata-rata hasil analisis data longitudinal yang berbasis pada model kurva pertumbuhan dengan analisis data sekat-silang.

## METODE PENELITIAN

### Data Penelitian

Ciri data simulasi yang digunakan ialah peubah respons kontinu dan peubah penjelas yang bersifat diskrit. Data simulasi dibangkitkan dari data normal peubah ganda.

### Metode Penelitian

#### 1. Pembangkitan Data Simulasi

Pembangkitan data normal peubah ganda digunakan makro SAS, dengan dua model struktur koragam yaitu model korelasi seragam dan model korelasi eksponensial dengan 5 taraf korelasi dan 3 taraf banyaknya waktu pengamatan ( $n = 4, 6, 8$ ). Data simulasi terdiri dari satu taraf perlakuan ( $p=1$ ). Banyaknya objek sampel penelitian untuk setiap kombinasi karakteristik populasi sebanyak 100 unit ( $m=100$ ).

Tahap-tahap simulasi pembangkitan data peubah ganda sebagai berikut :

- a. Menentukan nilai tertentu dari ragam ( $\sigma^2 = 3$ ).
- b. Membuat matriks koragam berdasarkan model struktur koragam dengan berbagai nilai korelasi ( $\rho = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ ).
- c. Menentukan nilai tertentu dari vektor rata-rata ( $\mu'_4 = [10, 20, 30, 40]$ ,  $\mu'_6 = [10, 20, 30, 40, 50, 60]$ ,  $\mu'_8 = [10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80]$ ).
- d. Menggunakan matriks koragam dan vektor rata-rata tersebut untuk membangkitkan data peubah ganda.

#### 2. Analisis Data

##### a. Analisis regresi sekat silang

- 1) Melakukan eksplorasi data
- 2) Melakukan pendugaan parameter model dengan analisis regresi dengan metode kuadrat terkecil .
- 3) Melakukan pengujian parameter model.

#### 3. Analisis regresi data longitudinal dengan model kurva pertumbuhan

- 1) Melakukan eksplorasi data untuk melihat pola perubahan respons .
- 2) Melakukan pendugaan struktur koragam dengan metode kemungkinan maksimum terbatas.
- 3) Melakukan pendugaan parameter model kurva pertumbuhan.
- 4) Melakukan pengujian parameter model kurva pertumbuhan.

#### 4. Perbandingan hasil analisis kedua metode

1. Perbandingan hasil analisis data sekat-silang dan longitudinal untuk mempelajari analisis yang lebih baik ialah dengan melihat efisiensi ( $e$ ), yaitu  $e = \text{var}(\hat{\beta}_L) / \text{var}(\hat{\beta}_C)$ . Semakin kecil nilai  $e$  maka semakin besar informasi yang diperoleh dari analisis data longitudinal.
2. Perbandingan hasil analisis data sekat silang dan longitudinal untuk melihat metode analisis yang lebih baik ialah dengan melihat koefisien determinasi ( $R^2$ ), kuadrat tengah galat ( $s^2$ ), dan  $R^2$ -*adjusted*, metode yang baik akan dilihat

dengan  $R^2$  dan  $R^2$ -adjusted yang besar, dengan  $s^2$  yang kecil (Myers, 1990).

Untuk memudahkan dalam perhitungan, digunakan program statistika Minitab versi 11 dan SAS versi 6.12.

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Perilaku analisis data longitudinal dipelajari melalui pembangkitan data simulasi dengan ulangan sebanyak 10 kali, sehingga diperoleh 300 gugus data. Hasil analisis regresi data sekat-silang dan longitudinal

menunjukkan bahwa model regresi yang diperoleh ialah  $Y = \beta_0 + \beta_1$  Linear.

**Koefisien Regresi**

Rataan koefisien regresi dari 10 kali simulasi disajikan pada Tabel 1 dan 2. Nilai koefisien regresi sebenarnya dari populasi yang dibangkitkan ialah sebagai berikut : untuk banyaknya waktu pengamatan ( $n$ ) = 4 ialah  $\beta_0 = 25$  dan  $\beta_1 = 5$ ,  $n = 6$  ialah  $\beta_0 = 35$  dan  $\beta_1 = 5$ , serta untuk  $n = 8$  ialah  $\beta_0 = 45$  dan  $\beta_1 = 5$ .

Tabel 1. Rataan Koefisien Regresi Analisis Data Sekat-Silang

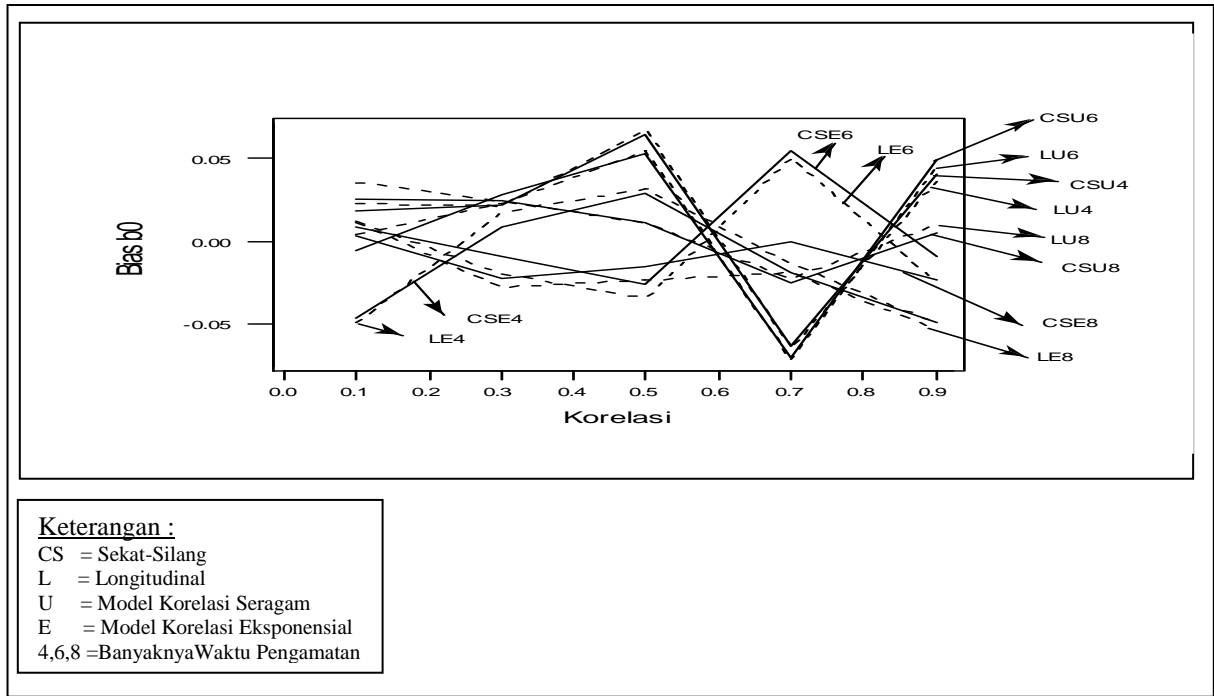
$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan $n = 4$				Banyaknya Waktu Pengamatan $n = 6$				Banyaknya Waktu Pengamatan $n = 8$			
	Model korelasi Seragam		Model Korelasi Eksponen-sial		Model Korelasi Seragam		Model Korelasi Eksponen-sial		Model Korelasi Seragam		Model Korelasi Eksponen-sial	
	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$
0.1	24.98	5.00	25.05	5.00	35.01	4.99	34.99	5.00	44.97	5.01	45.00	5.00
0.3	24.98	4.99	24.99	5.01	34.97	4.99	35.01	5.00	44.98	4.99	45.02	5.00
0.5	24.94	5.02	24.97	5.01	34.95	4.99	35.03	5.01	44.99	5.00	45.02	5.00
0.7	25.06	5.00	25.02	5.00	35.07	4.99	34.95	5.00	45.03	5.00	45.00	5.00
0.9	24.96	5.00	25.05	5.00	34.95	5.00	35.01	5.00	45.00	5.00	45.02	5.00

Tabel 2. Rataan Koefisien Regresi Analisis Longitudinal

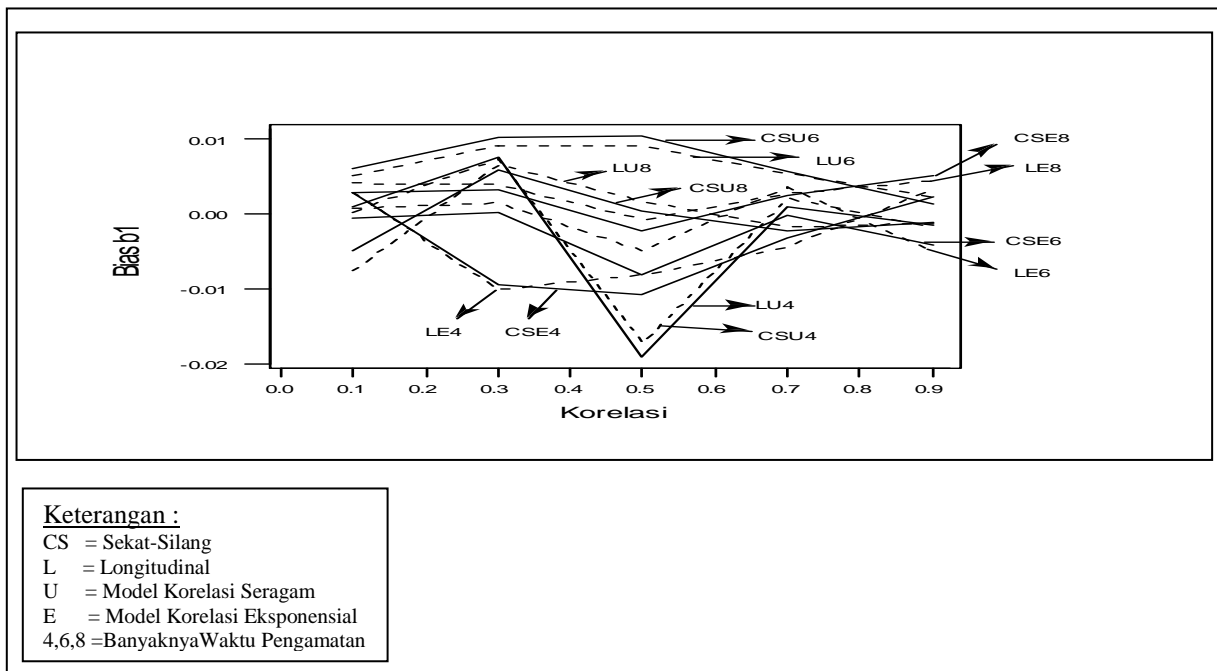
$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan $n = 4$				Banyaknya Waktu Pengamatan $n = 6$				Banyaknya Waktu Pengamatan $n = 8$			
	Model Korelasi Seragam		Model Korelasi Eksponen-sial		Model Korelasi Seragam		Model Korelasi Eksponen-sial		Model Korelasi Seragam		Model Korelasi Eksponen-sial	
	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$
0.1	24.98	5.00	25.05	5.00	35.00	4.99	34.99	5.00	44.96	5.01	44.99	5.00
0.3	24.98	4.99	24.98	5.01	35.00	4.99	35.02	5.00	44.98	4.99	45.03	5.00
0.5	24.93	5.02	24.97	5.01	34.95	4.99	35.03	5.01	44.99	5.00	45.02	5.00
0.7	25.07	5.00	25.01	5.00	35.07	4.99	34.95	5.00	45.02	5.00	45.02	5.00
0.9	24.96	5.00	25.05	5.00	34.96	5.00	35.02	5.00	44.99	5.00	45.05	5.00

Tabel 1 dan 2 menunjukkan bahwa koefisien penduga parameter profil rataan analisis data longitudinal dan sekat-silang cenderung sama dalam menduga nilai koefisien regresi sebenarnya dari populasi bangkitan.

Hal ini berarti bahwa kedua metode analisis tersebut sama baiknya dalam menduga parameter profil rataan populasi. Perilaku ini dapat dilihat dengan memperhatikan bias antara kedua metode pada Gambar 1 dan 2.



Gambar 1. Bias Penduga  $\beta_0$



Gambar 2. Bias Penduga  $\beta_1$

**Galat baku (standard error)**

Rata-rata pendugaan galat baku koefisien  $\beta_0$  untuk analisis regresi data sekat-silang

disajikan pada Tabel 3, sedangkan untuk analisis data longitudinal disajikan pada Tabel 4.

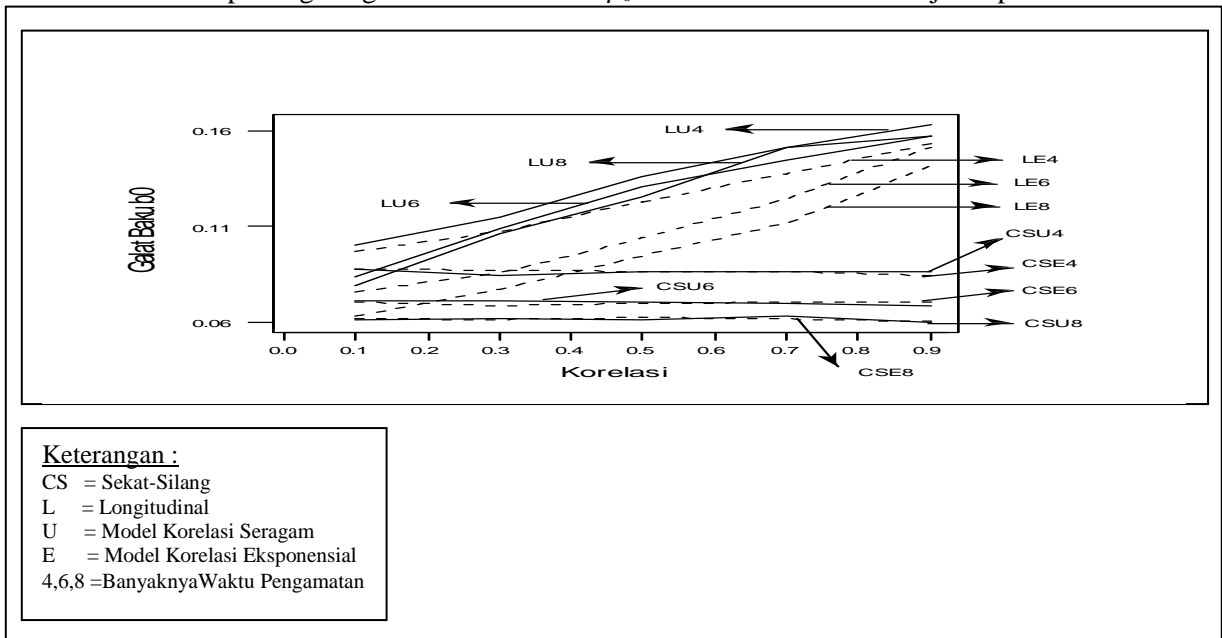
Tabel 3. Rataan Galat Baku  $\beta_0$  Analisis Data Sekat Silang

$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan n=4		Banyaknya Waktu Pengamatan n=6		Banyaknya Waktu Pengamatan n=8	
	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial
0.1	0.0874	0.0876	0.0709	0.0705	0.0613	0.0616
0.3	0.0845	0.0872	0.0711	0.0686	0.0616	0.0615
0.5	0.0865	0.0864	0.0704	0.0698	0.0611	0.0625
0.7	0.0863	0.0865	0.0698	0.0703	0.0630	0.0616
0.9	0.0860	0.0843	0.0686	0.0707	0.0597	0.0604

Tabel 4. Rataan Galat Baku  $\beta_0$  Analisis Data Longitudinal

$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan n=4		Banyaknya Waktu Pengamatan n=6		Banyaknya Waktu Pengamatan n=8	
	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial
0.1	0.1002	0.0969	0.0838	0.0759	0.0789	0.0629
0.3	0.1147	0.1073	0.1088	0.0857	0.1060	0.0770
0.5	0.1361	0.1229	0.1304	0.1039	0.1257	0.0948
0.7	0.1511	0.1375	0.1447	0.1244	0.1510	0.1117
0.9	0.1632	0.1530	0.1571	0.1514	0.1568	0.1413

Hasil rata-rata pendugaan galat baku koefisien  $\beta_0$  dari 10 kali simulasi disajikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Galat Baku  $\beta_0$  Analisis Regresi Data Sekat-Silang dan Longitudinal.

Gambar 3 memperlihatkan bahwa galat baku koefisien  $\beta_0$  analisis data sekat-silang cenderung lebih kecil dari analisis data longitudinal. Terlihat pula bahwa galat baku  $\beta_0$  analisis regresi data longitudinal cenderung semakin meningkat dengan meningkatnya taraf korelasi. Sedangkan untuk analisis regresi data sekat-silang cenderung konstan.

Galat baku  $\beta_0$  pada analisis data longitudinal dengan model struktur korelasi eksponensial cenderung lebih kecil dibandingkan model struktur korelasi seragam.

Sedangkan pada analisis regresi data sekat-silang perilakunya cenderung sama. Galat baku  $\beta_0$  cenderung semakin kecil dengan meningkatnya banyaknya waktu pengamatan untuk analisis regresi data sekat-silang dan longitudinal.

Rata-rata pendugaan galat baku koefisien regresi  $\beta_1$  untuk analisis regresi data sekat-silang disajikan pada Tabel 5, sedangkan untuk analisis data longitudinal pada Tabel 6.

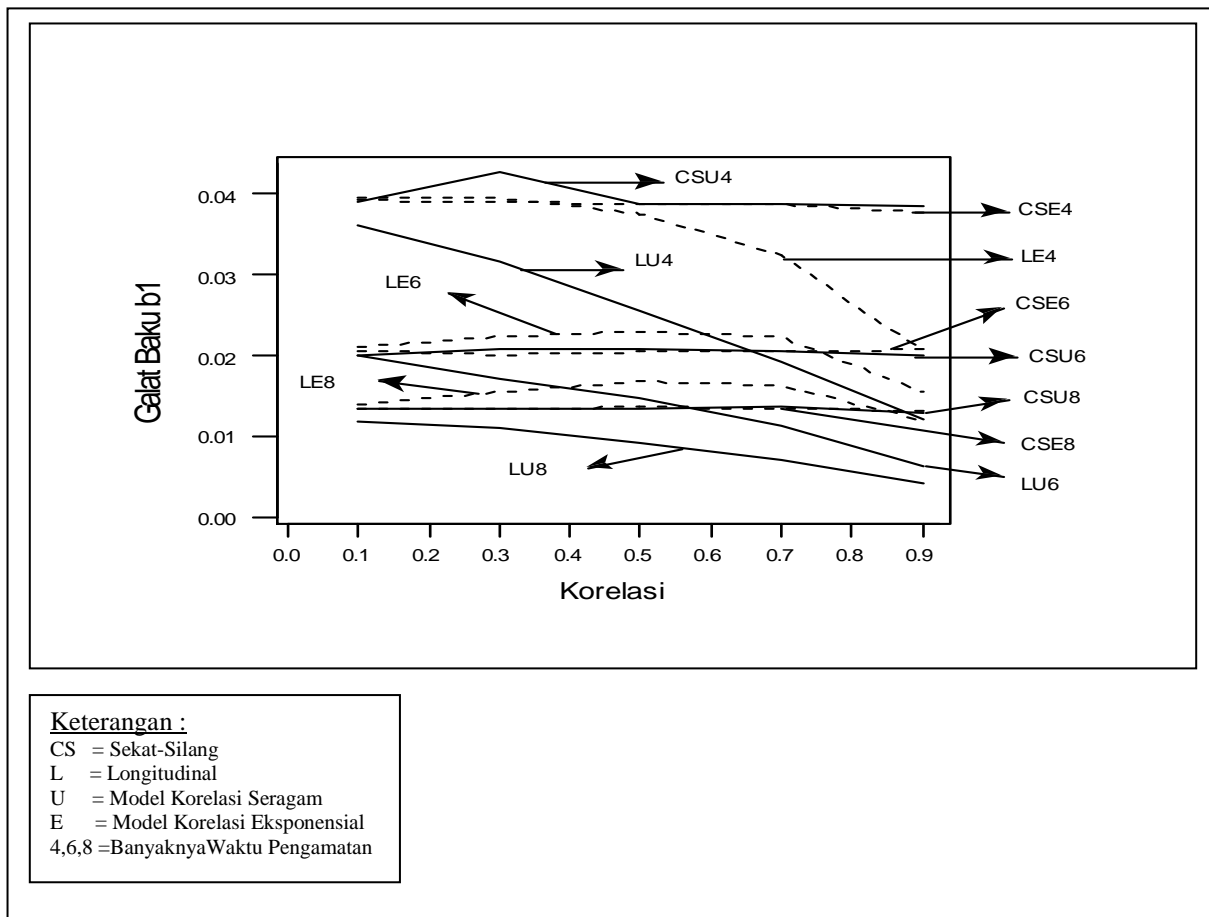
Tabel 5. Rataan Galat Baku  $\beta_1$  Analisis Data Sekat-Silang

$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan n=4		Banyaknya Waktu Pengamatan n=6		Banyaknya Waktu Pengamatan n=8	
	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial
0.1	0.0391	0.0392	0.0200	0.0206	0.0134	0.0135
0.3	0.0426	0.0390	0.0208	0.0201	0.0135	0.0134
0.5	0.0387	0.0387	0.0208	0.0204	0.0133	0.0136
0.7	0.0386	0.0387	0.0204	0.0206	0.0138	0.0135
0.9	0.0385	0.0377	0.0200	0.0207	0.0130	0.0132

Tabel 6. Rataan Galat Baku  $\beta_1$  Analisis Data Longitudinal

$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan n=4		Banyaknya Waktu Pengamatan n=6		Banyaknya Waktu Pengamatan n=8	
	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial
0.1	0.0362	0.0396	0.0200	0.0211	0.0119	0.0140
0.3	0.0317	0.0395	0.0173	0.0223	0.0111	0.0155
0.5	0.0255	0.0375	0.0146	0.0230	0.0091	0.0168
0.7	0.0193	0.0324	0.0114	0.0223	0.0071	0.0163
0.9	0.0121	0.0205	0.0064	0.0155	0.0041	0.0120

Hasil rata-rata pendugaan galat baku koefisien  $\beta_1$  dari 10 kali simulasi disajikan pada Gambar 4.



Gambar 4. Galat Baku  $\beta_1$  Analisis Regresi Data Sekat-Silang dan Longitudinal.

Gambar 4 menunjukkan bahwa galat baku  $\beta_1$  analisis data sekat-silang cenderung lebih besar pengamatan dan araf korelasi. Hal ini terjadi pada model korelasi eksponensial untuk banyaknya waktu pengamatan 4. Sedangkan untuk banyaknya waktu 6 dan 8, galat baku  $\beta_1$  analisis data longitudinal cenderung lebih besar.

Galat baku  $\beta_1$  analisis regresi data longitudinal untuk model struktur korelasi seragam cenderung semakin menurun secara linear dengan meningkatnya taraf korelasi. Sedangkan untuk model struktur korelasi eksponensial cenderung menurun secara kuadratik. Perilaku ini tidak terjadi pada analisis regresi data sekat-silang dimana kecenderungannya bersifat konstan.

Pada analisis regresi data longitudinal menunjukkan galat baku  $\beta_1$  model struktur korelasi eksponensial cenderung lebih besar

dari analisis data longitudinal untuk model korelasi seragam pada semua banyaknya waktu dibandingkan model struktur korelasi seragam. Tetapi cenderung sama pada analisis regresi data sekat-silang. Sedangkan galat baku  $\beta_1$  cenderung semakin kecil dengan meningkatnya banyaknya waktu pengamatan untuk analisis regresi data sekat-silang dan longitudinal.

**Koefisien Determinasi ( $R^2$ )**

Hasil perhitungan koefisien determinasi ( $R^2$ ) dari 10 ulangan dapat dilihat pada Tabel Lampiran 5. Rata-rata pendugaan koefisien determinasi untuk analisis regresi data sekat-silang disajikan pada Tabel 7, sedangkan untuk analisis data longitudinal pada Tabel 8.

Tabel 7. Rataan  $R^2$  Analisis regresi data sekat-silang

$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan n=4		Banyaknya Waktu Pengamatan n=6		Banyaknya Waktu Pengamatan n=8	
	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial
0.1	97.621	97.613	98.913	98.991	99.432	99.426
0.3	97.768	97.643	98.969	99.043	99.426	99.428
0.5	97.682	97.683	98.971	99.012	99.435	99.411
0.7	97.672	97.672	99.085	98.993	99.400	99.424
0.9	97.692	97.779	99.044	98.986	99.460	99.445

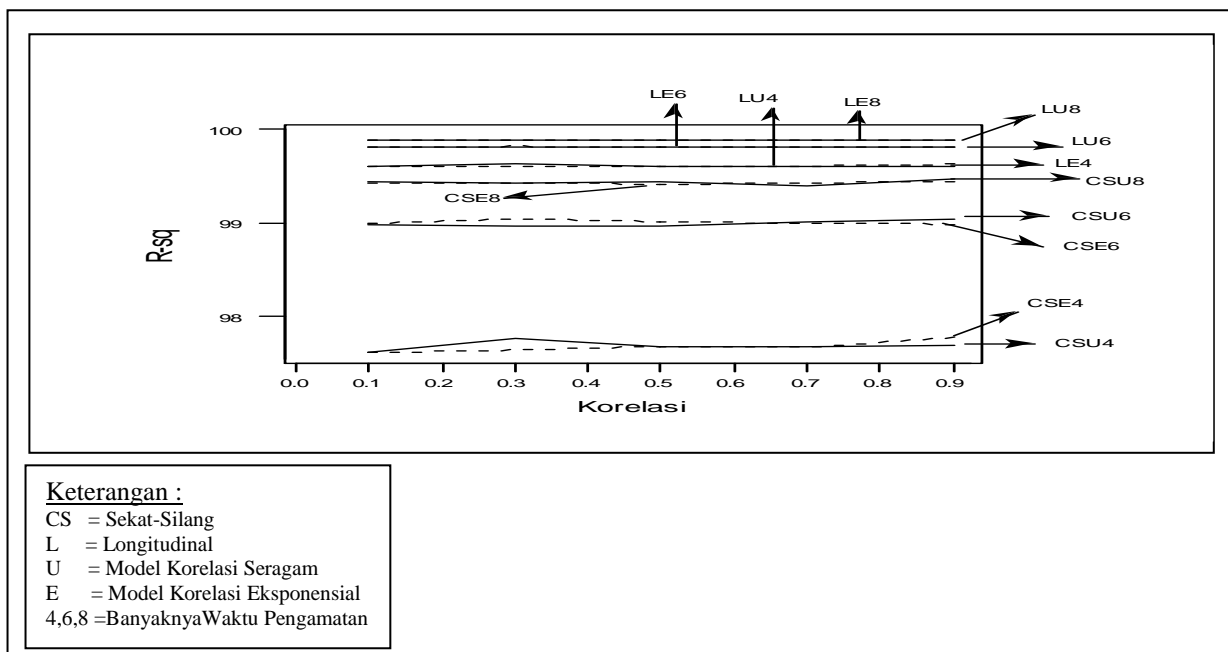
Tabel 8. Rataan  $R^2$  Analisis regresi data longitudinal

$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan n=4		Banyaknya Waktu Pengamatan n=6		Banyaknya Waktu Pengamatan n=8	
	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial
0.1	99.597	99.597	99.803	99.806	99.883	99.882
0.3	99.623	99.599	99.801	99.816	99.882	99.883
0.5	99.603	99.605	99.802	99.809	99.884	99.879
0.7	99.607	99.604	99.809	99.805	99.876	99.882
0.9	99.607	99.625	99.815	99.803	99.888	99.886

Tabel 7 dan 8 memperlihatkan bahwa koefisien determinasi antara model korelasi seragam dan model korelasi eksponensial ialah sama. Hal ini berarti model korelasi tidak

berpengaruh terhadap pendugaan koefisien determinasi.

Rata-rata koefisien determinasi ( $R^2$ ) dari 10 kali simulasi disajikan pada Gambar 5.



Gambar 5.  $R^2$  Analisis Regresi Data Sekat-Silang dan Longitudinal

Gambar 5 menunjukkan bahwa koefisien determinasi ( $R^2$ ) analisis regresi data longitudinal cenderung selalu lebih besar dibandingkan dengan analisis regresi data sekat-silang. Perilaku  $R^2$  cenderung konstan berdasarkan model struktur korelasi dan taraf korelasi untuk analisis regresi data sekat-silang dan analisis regresi data longitudinal.

Berdasarkan banyaknya waktu pengamatan menunjukkan  $R^2$  semakin meningkat dengan

meningkatnya banyaknya waktu pengamatan untuk analisis regresi data sekat-silang dan longitudinal.

#### **Koefisien Determinasi Terkoreksi ( $R^2$ - *adjusted*)**

Hasil perhitungan rata-rata  $R^2$ -*adjusted* menunjukkan bahwa perilaku  $R^2$ -*adjusted* sama dengan perilaku  $R^2$ . Hal tersebut dapat dilihat pada Tabel 9, 10 dan Gambar 6.

Tabel 9. Rataan  $R^2$ -*adjusted* Analisis Regresi Data Sekat-Silang

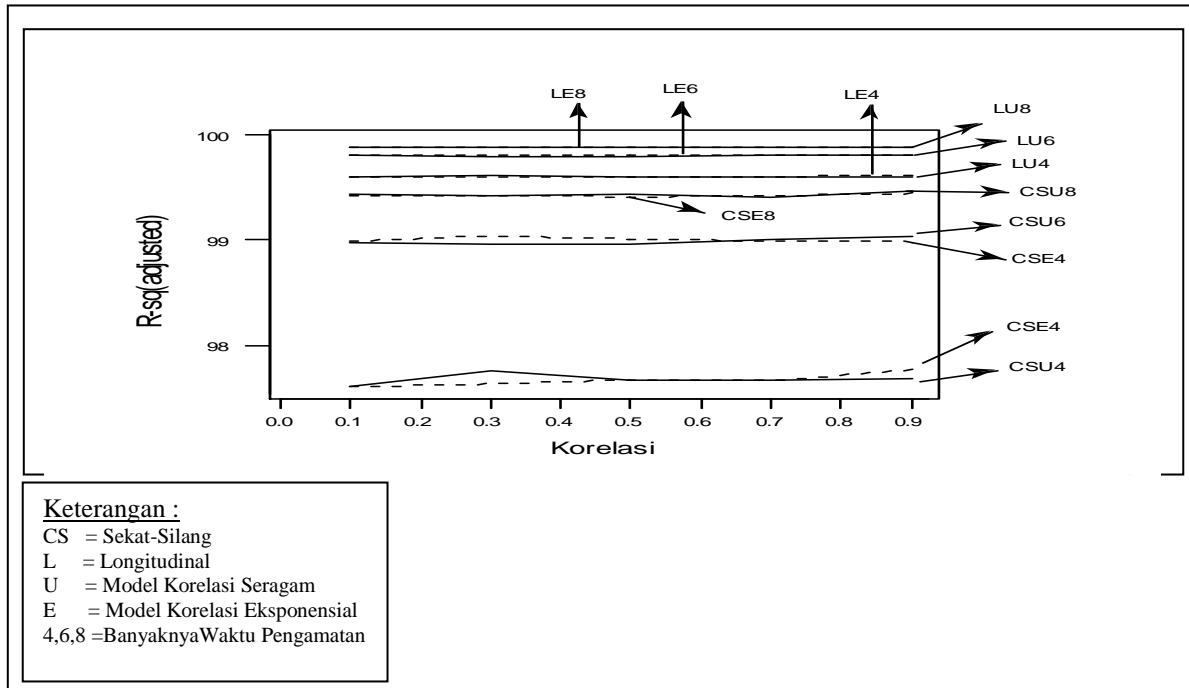
$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan n=4		Banyaknya Waktu Pengamatan n=6		Banyaknya Waktu Pengamatan n=8	
	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Ekspone-n-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Ekspone-n-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Ekspone-n-sial
0.1	97.615	97.607	98.911	98.989	99.431	99.425
0.3	97.763	97.637	98.967	99.042	99.425	99.428
0.5	97.676	97.678	98.969	99.011	99.434	99.410
0.7	97.667	97.666	99.083	98.992	99.400	99.423
0.9	97.686	97.774	99.042	98.984	99.460	99.444

Tabel 10. Rataan  $R^2$ -*adjusted* Analisis Regresi Data Longitudinal

$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan n=4		Banyaknya Waktu Pengamatan n=6		Banyaknya Waktu Pengamatan n=8	
	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Ekspone-n-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Ekspone-n-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Ekspone-n-sial
0.1	99.593	99.593	99.801	99.804	99.882	99.881
0.3	99.619	99.595	99.799	99.814	99.881	99.882
0.5	99.599	99.601	99.800	99.807	99.882	99.877
0.7	99.603	99.600	99.807	99.803	99.875	99.880
0.9	99.603	99.621	99.813	99.801	99.887	99.884

Tabel 9 dan 10 memperlihatkan bahwa koefisien determinasi terkoreksi antara model korelasi seragam dan model korelasi

eksponensial untuk analisis regresi data sekat-silang dan analisis regresi data longitudinal sama.



Gambar 6.  $R^2$ -adjusted Analisis Regresi Data Sekat-Silang dan Longitudinal.

**Kuadrat Tengah Galat (Mean Squares Error)**

Rata-rata kuadrat tengah galat ( $\sigma^2$ ) analisis regresi data sekat-silang dapat dilihat pada Tabel 11, dan untuk analisis data longitudinal Tabel 12.

Tabel 11. Rataan MSE Analisis regresi data sekat-silang

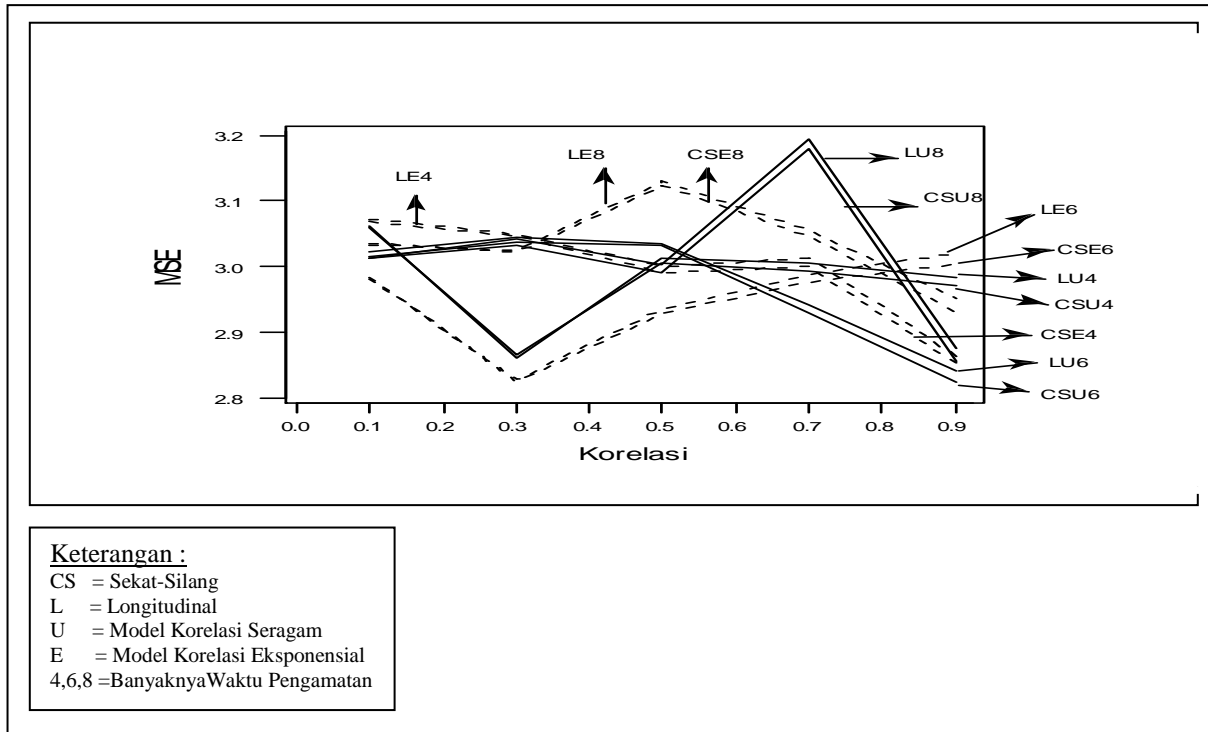
$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan n=4		Banyaknya Waktu Pengamatan n=6		Banyaknya Waktu Pengamatan n=8	
	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial
0.1	3.0590	3.0681	3.2100	2.9846	3.0133	3.0358
0.3	2.8580	3.0465	3.0376	2.8254	3.0325	3.0217
0.5	3.0053	2.9910	3.0316	2.9289	2.9906	3.1237
0.7	2.9935	3.0000	2.6985	2.9764	3.1782	3.0457
0.9	2.9711	2.8533	2.8244	3.0040	2.8564	2.9322

Tabel 12. Rataan MSE Analisis regresi data longitudinal

$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan n=4		Banyaknya Waktu Pengamatan n=6		Banyaknya Waktu Pengamatan n=8	
	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial
0.1	3.0626	3.0727	3.0232	2.9818	3.0121	3.0333
0.3	2.8606	3.0495	3.0455	2.8283	3.0424	3.0242
0.5	3.0121	3.0000	3.0343	2.9364	3.0020	3.1303
0.7	3.0051	3.0131	2.9414	2.9879	3.1949	3.0545
0.9	2.9828	2.8646	2.8404	3.0202	2.8758	2.9525

Rataan kuadrat tengah galat memperlihatkan bahwa  $\sigma^2$  analisis regresi data sekat-silang cenderung sama dengan analisis

regresi data longitudinal, hal ini dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7. MSE Analisis Regresi Data Sekat-Silang dan Longitudinal.

**Efisiensi**

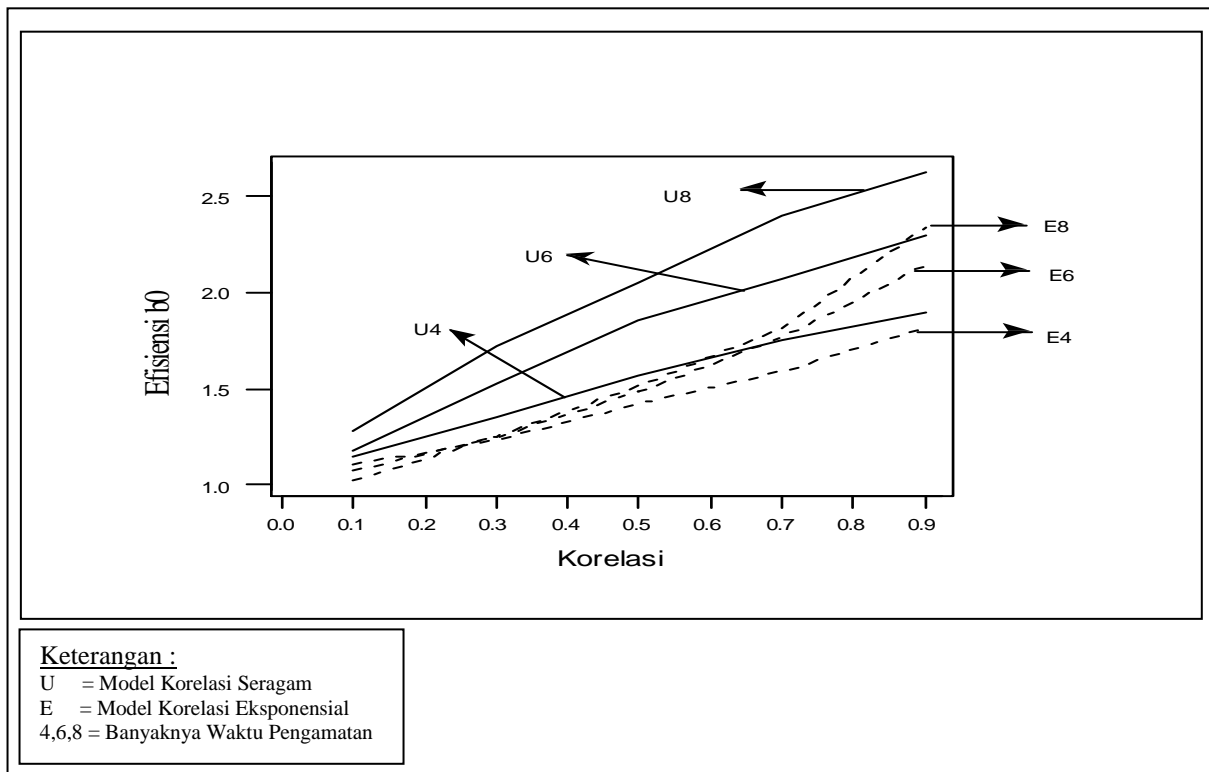
Hasil perhitungan rata-rata efisiensi penduga koefisien regresi  $\beta_0$  disajikan pada Tabel 13.

Tabel 13. Rataan Efisiensi Penduga Koefisien Regresi  $\beta_0$

$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan n=4		Banyaknya Waktu Pengamatan n=6		Banyaknya Waktu Pengamatan n=8	
	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Ekspone-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Ekspone-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Ekspone-sial
0.1	1.1473	1.1062	1.1828	1.0760	1.2868	1.0214
0.3	1.3562	1.2314	1.5291	1.2488	1.7221	1.2522
0.5	1.5722	1.4226	1.8517	1.4886	2.0570	1.5179
0.7	1.7510	1.5898	2.0739	1.7689	2.3968	1.8121
0.9	1.8972	1.8154	2.2922	2.1398	2.6280	2.3375

Tabel 13 menunjukkan bahwa nilai-nilai efisiensi penduga  $\beta_0$  semua di atas satu.

Perilaku efisiensi penduga  $\beta_0$  dapat dilihat pada Gambar 8.



Gambar 8. Efisiensi  $\beta_0$  Analisis Regresi Data Sekat-Silang dan Longitudinal

Gambar 8 menunjukkan bahwa dalam pendugaan koefisien regresi  $\beta_0$  analisis regresi data sekat-silang lebih efisien dari pada analisis regresi data longitudinal. Nilai efisiensi  $\beta_0$  meningkat dengan meningkatnya taraf korelasi untuk model struktur korelasi seragam dan eksponensial. Nilai efisiensi  $\beta_0$  model struktur korelasi eksponensial lebih kecil

dibandingkan dengan model struktur korelasi seragam.

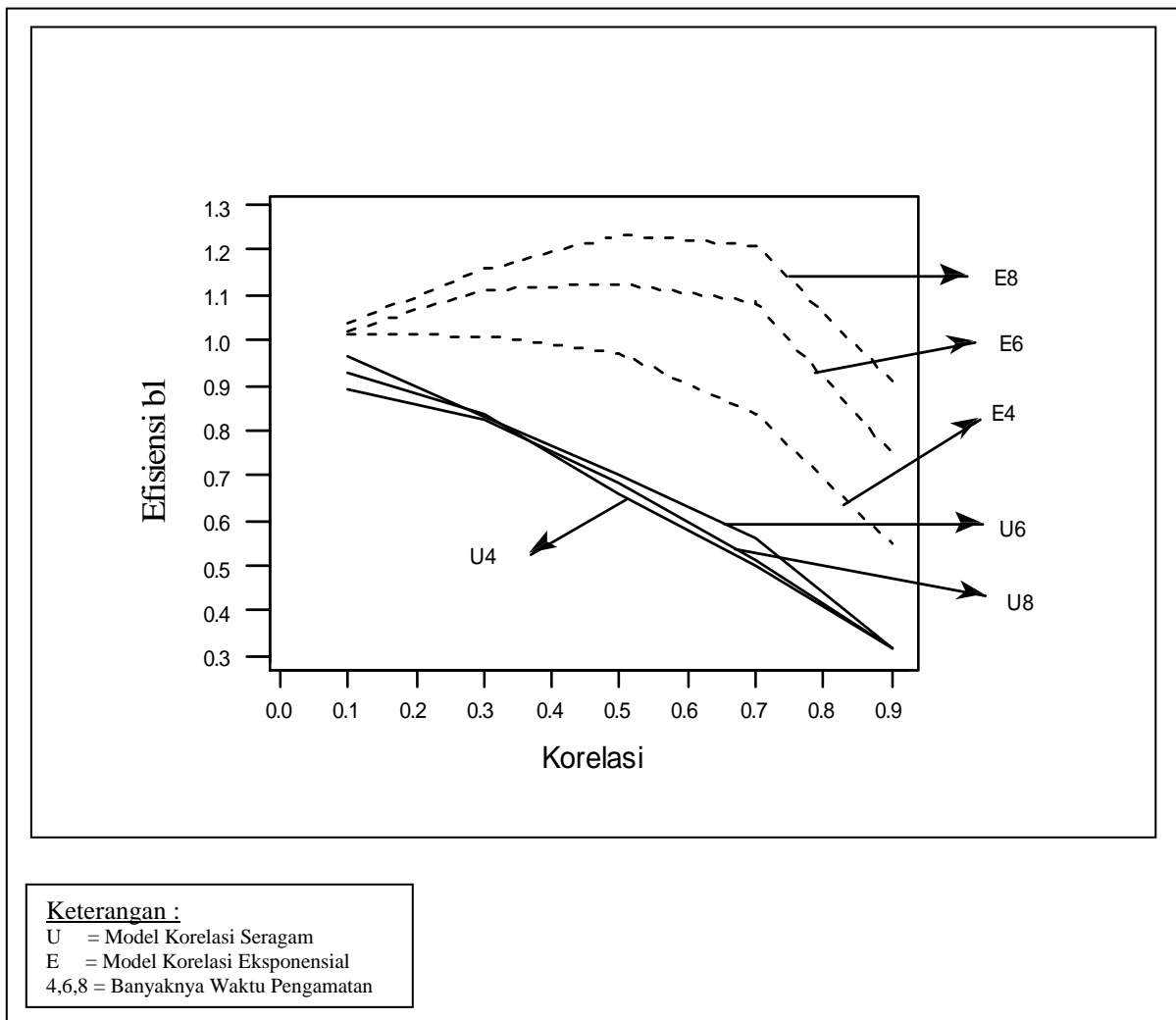
Nilai efisiensi  $\beta_0$  meningkat dengan meningkatnya banyaknya waktu pengamatan untuk model struktur korelasi seragam dan eksponensial.

Hasil perhitungan rata-rata efisiensi penduga koefisien regresi  $\beta_1$  dapat dilihat pada Tabel 14.

Tabel 14. Rataan Efisiensi Penduga Koefisien Regresi  $\beta_1$

$\rho$	Banyaknya Waktu Pengamatan n=4		Banyaknya Waktu Pengamatan n=6		Banyaknya Waktu Pengamatan n=8	
	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial	Model Korelasi Seragam	Model Korelasi Eksponen-sial
0.1	0.9253	1.0123	1.0045	1.0213	0.8910	1.0386
0.3	0.7454	1.0115	0.8285	1.1115	0.8232	1.1566
0.5	0.6592	0.9700	0.7037	1.1248	0.6814	1.2318
0.7	0.4999	0.8379	0.5585	1.0811	0.5142	1.2103
0.9	0.3134	0.5450	0.3206	0.7484	0.3159	0.9097

Hasil rata-rata efisiensi penduga koefisien regresi  $\beta_1$  dapat dilihat pada Gambar 9.



Gambar 9. Efisiensi  $\beta_1$  Analisis Regresi Data Sekat-Silang dan Longitudinal

Gambar 9 menunjukkan bahwa dalam pendugaan koefisien regresi  $\beta_1$  analisis regresi data longitudinal lebih efisien dibandingkan dengan analisis regresi sekat -silang untuk model korelasi seragam pada semua banyaknya waktu pengamatan dan taraf korelasi. Hal ini terjadi juga pada model korelasi eksponensial untuk banyaknya waktu pengamatan 4. Sedangkan untuk banyaknya waktu 6 dan 8 analisis regresi data sekat-silang cenderung lebih efisien, masing-masing sampai dengan taraf korelasi 0.75 dan 0.85.

Nilai Efisiensi  $\beta_1$  pada model struktur korelasi seragam cenderung menurun secara linear dengan meningkatnya taraf korelasi, sedangkan pada model struktur korelasi eksponensial cenderung menurun secara kuadratik. Nilai efisiensi  $\beta_1$  model struktur korelasi eksponensial lebih besar dibandingkan model struktur korelasi seragam.

Nilai efisiensi  $\beta_1$  meningkat dengan meningkatnya banyaknya waktu pengamatan untuk model struktur korelasi eksponensial, sedangkan untuk model struktur korelasi seragam cenderung konstan.

## KESIMPULAN DAN SARAN

### Kesimpulan

1. Analisis data longitudinal lebih baik dari pada analisis data sekat-silang dalam menggambarkan perubahan respons, bila korelasi antar waktu pengamatan pada objek yang sama semakin meningkat untuk model korelasi seragam pada berbagai banyaknya waktu pengamatan.
2. Analisis data sekat-silang dengan model struktur korelasi eksponensial ditolerir digunakan bila banyaknya waktu pengamatan semakin meningkat.
3. Analisis data longitudinal dengan model struktur eksponensial lebih baik digunakan bila banyaknya waktu pengamatan ialah kecil.
4. Analisis data longitudinal berhasil meningkatkan informasi penggambaran perubahan respons dari waktu ke waktu yaitu dengan meningkatnya nilai koefisien determinasi ( $R^2$ ) dibandingkan dengan analisis data sekat-silang.

### Saran

Perlu dilakukan penelitian lanjutan pada ragam dan waktu pengamatan yang berbeda untuk masing-masing objek pengamatan serta dengan model korelasi lainnya.

## DAFTAR PUSTAKA

- Dunlop, D.D. 1994. Regression For Longitudinal Data : A Bridge from Least Square Regression. *The American Statistician*, **48**, 299-303.
- Diggle, P.J. 1988. An Approach to the Analysis of Repeated Measurements. *Biometrics*, **44**, 959-971.
- Diggle, P.J. & A.P. Verbyla. 1998. Nonparametric Estimation of Covariance Structure in Longitudinal Data. *Biometrics*, **54**, 401-415.
- Diggle, P.J., K.Y. Liang & S.L. Zeger. 1994. *Analysis of Longitudinal Data*. Oxford University Press, Oxford.
- Laird, N.M. & J.H. Ware. 1982. Random-Effect Models for Longitudinal Data. *Biometrics*, **38**, 963-974.
- Morrison, D.F. 1990. *Multivariate Statistical Methods*. 3<sup>rd</sup> Ed. McGraw-Hill, New York.
- Myers, R.H. 1990. *Classical and Modern Regression with Applications*. 2<sup>nd</sup> Ed. The Duxbury Advanced Series in Statistics and Decision Sciences. PWS-KENT, Boston.
- Ryan, T.P. 1997. *Modern Regression Methods*. Wiley, New York.
- Ware, J.H. 1985. Linear Models for the Analysis of Longitudinal Studies. *The American Statistician*, **39**, 95-101.