

**DAMPAK KEKERINGAN TERHADAP KESTABILAN SISTEM
MANGSA PEMANGSA DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE III
DAN HASIL PEMANENAN KONSTAN PADA MANGSA**

**THE DROUGHT EFFECTS ON THE STABILITY PREDATOR-PREY
SYSTEM WITH HOLLING TYPE-III FUNCTIONAL RESPONSE AND
CONSTANT- YIELD PREY HARVESTING**

La Ode Muhlis, Rium Hilum, Mahmud

Universitas Papua/Amban, Manokwari-Papua Barat

mukhliszode.88@gmail.com, r.hilum@unipa.ac.id

ABSTRACT: The dynamic relationship between prey populations and predator populations can be represent in the mathematical model. This research was developed from the mathematical model of predator-prey which was first introduced by Lotka-Volterra, namely by increasing the realism of the model through apply the logistic model to the prey and involving Holling type-III response function. The effects of drought on both populations and constant harvesting of prey are also included in the mathematical model. After the mathematical model is formed, a nondimensional model is then carried out to create a shape from the model that was built previously. This study aims to analyze the impact of drought on the prey-prey system with a type III Holling functional response and constant-yield prey harvesting. There is at least one equilibrium point and there are at most three equilibrium points in the model. Numerical simulations are carried out on the model to see the phase portrait. The simulation results show that if the rate of drought is greater than the intrinsic growth rate of prey then both populations will go towards extinction. However, on the other hand, if the intrinsic growth rate of the prey is greater than the rate of drought, then the dynamics relationship between the predator and prey populations depends on the pattern of constant-yield prey harvesting. Thus, a stable dynamic relationship occurs on the constant-yield prey harvesting at the interval $0 < h \leq \frac{K}{4r}(r - a_1)^2$.

Keywords: *Predator-prey system, equilibrium points, Holling type-III functional response, and stability.*

PENDAHULUAN

Perubahan iklim mengacu pada perubahan jangka panjang terhadap suhu dan pola cuaca. Aktivitas manusia adalah sebagai penyumbang terbesar terhadap perubahan iklim saat ini. Perubahan iklim dapat menimbulkan berbagai dampak terhadap spesies (Angela N Laws, 2017). Saat ini, terjadi kekeringan yang disertai dengan cuaca panas yang melanda hampir seluruh belahan dunia merupakan salah satu dampak dari perubahan iklim.

Penting untuk memberikan strategi agar dapat mengurangi dampak yang ditimbulkan dari perubahan iklim tersebut. Pemodelan matematika adalah sebagai alat yang dapat digunakan untuk mengungkap tren perubahan iklim. Banyak ahli biologi, ekologi, dan matematikawan berkomitmen mempelajari keseimbangan ekologi dengan menggunakan model matematika.

Model matematika yang menggambarkan hubungan dinamika antara dua populasi yaitu mangsa dan pemangsa pertama kali diperkenalkan oleh Lotka (1925) dan Volterra (1926). Namun, apa yang telah dimodelkan oleh Lotka-Volterra belum sesuai fakta yang ada bahwa untuk setiap pertumbuhan populasi selalu dibatasi oleh daya dukung lingkungan. Sehingga model mangsa pemangsa terus mengalami perubahan yaitu dengan melibatkan model logistik (Verhulst, 1838).

Selain itu, faktor kunci dari sistem mangsa pemangsa adalah fungsi respon. Fungsi respon dalam ekologi diartikan sebagai jumlah makanan yang dikonsumsi oleh pemangsa sebagai fungsi kepadatan makanan (Panja *et al.*, 2017). Terdapat banyak penelitian sebelumnya dalam upaya meningkatkan realisme dalam mengkaji dan menganalisa hubungan dinamika mangsa dan pemangsa dengan

melibatkan fungsi respon Holling Tipe III, diantaranya dilakukan oleh Xie, *et al.* (2020), Dai (2019), Rihan (2020), dan Banerjee (2018).

Model matematika yang berkaitan dengan upaya pemanenan dan kemarau pada sistem mangsa pemangsa diantaranya telah dikaji dan dianalisa oleh Mapunda *et al.* (2018), Shang *et al.* (2021), dan Toaha S, (2019). Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dampak kekeringan pada sistem mangsa-pemangsa dengan fungsi respon Holling tipe III dan hasil pemanenan konstan pada mangsa.

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur dengan prosedur penelitian diberikan sebagai berikut:

1. Membangun model berdasarkan asumsi-asumsi yang diperoleh dari literatur-literatur yang telah dikaji.
2. Membentuk model ke dalam bentuk non dimensi.
3. Menentukan titik-titik kesetimbangan model.
4. Menganalisis titik-titik kesetimbangan model.
5. Melakukan simulasi numerik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Model Matematika

Hubungan dinamika interaksi spesies diasumsikan sebagai berikut:

1. Pada ketiadaan predator populasi mangsa diasumsikan tumbuh secara logistik menuju kapasitas daya tampung.
2. Laju peningkatan populasi pemangsa bergantung pada jumlah biomasa mangsa yang dikonversi oleh pemangsa sebagai sumber energi.

3. Keberlangsungan hidup pemangsa hanya bergantung pada mangsa sebagai sumber makanan.
4. Kekeringan melanda populasi mangsa dan populasi pemangsa.
5. Pemanenan konstan dilakukan pada populasi mangsa.

Sehingga berdasarkan asumsi-asumsi diatas, dibentuk model matematika sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{ax^2y}{m+x^2} - a_1x - h \\ \frac{dy}{dt} &= -cy + \frac{bx^2y}{m+x^2} - c_1y \end{aligned} \quad (1.1)$$

dengan $x(t)$ dan $y(t)$ adalah kepadatan populasi mangsa dan pemangsa pada waktu t . r merupakan laju pertumbuhan intrinsik populasi mangsa. K adalah daya tampung lingkungan terhadap populasi mangsa. a adalah laju predasi per kapita maksimum. b adalah laju konversi energi. a_1 adalah laju kematian mangsa akibat kekeringan, h adalah pemanenan konstan. c adalah laju kematian pemangsa. c_1 laju kematian pemangsa akibat kekeringan. m adalah tingkat kejenuhan predasi. $r, K, a, a_1, b, c, c_1,$ dan h adalah konstanta-konstanta positif.

Misal $x = \sqrt{m}u, y = rv, t = \tau/r, K = \sqrt{m}/\omega, a = \alpha\sqrt{m}, a_1 = \alpha_1r, h = \bar{h}r\sqrt{m}, c = \delta r, c_1 = \delta_1r,$ dan $b = \beta r,$ maka diperoleh model non dimensi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{du}{d\tau} &= (1 - \alpha_1 - \omega u)u - \frac{\alpha u^2v}{1+u^2} - \bar{h} \\ \frac{dv}{d\tau} &= \frac{\beta u^2v}{1+u^2} - (\delta + \delta_1)v. \end{aligned} \quad (1.2)$$

2. Batasan Solusi

Semua himpunan solusi dari (1.2) yaitu terbatas dan seragam sebagaimana ditunjukkan oleh Teorema 1 di bawah ini.

Teorema 1

Misal $(u(\tau), v(\tau))$ adalah himpunan solusi dari sistem (1.2) pada \mathbb{R}_+^2 . Jika $x(0) = x_0 > 0, y(0) = y_0 > 0,$ maka $(u(\tau), v(\tau))$ terbatas dan seragam

Bukti:

Misal

$$N(\tau) = u(\tau) + \frac{\alpha}{\beta}v(\tau), \quad (2.1)$$

Di mana $N(\tau)$ adalah total populasi mangsa dan populasi pemangsa. Jika (2.1) diturunkan terhadap $\tau,$ maka diperoleh

$$\frac{dN}{d\tau} = \frac{du}{d\tau} + \frac{\alpha}{\beta} \frac{dv}{d\tau} \quad (2.2)$$

Substitusi sistem (1.1) ke (2.2), maka diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d\tau} &= (1 - \alpha_1 - \omega u)u - \frac{\alpha u^2v}{1+u^2} - \bar{h} + \\ &\quad \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\beta u^2v}{1+u^2} - (\delta + \delta_1)v \right) \\ \frac{dN}{d\tau} + \eta N &= (1 - \alpha_1 - \omega u)u - \bar{h} - \\ &\quad \frac{\alpha}{\beta} (\delta + \delta_1)v + \eta N \\ &= (1 + \eta - \alpha_1)u - \omega u^2 - \\ &\quad \bar{h} - \frac{\alpha}{\beta} (\delta + \delta_1 - \eta)v \\ &= \frac{1}{4\omega} (1 - \alpha_1 + \eta)^2 \\ &\quad - \omega \left(u - \frac{1}{2\omega} (1 - \alpha_1 + \eta) \right)^2 - \bar{h} \\ &\quad - \frac{\alpha}{\beta} (\delta + \delta_1 - \eta)v \\ &\leq \frac{1}{4\omega} (1 - \alpha_1 + \eta)^2, \quad \eta \leq \delta + \delta_1 \end{aligned}$$

Misal $\frac{1}{4\omega} (1 - \alpha_1 + \eta)^2 = \varphi,$ maka diperoleh

$$\frac{dN}{d\tau} + \eta N \leq \varphi \quad (2.3)$$

Jika (2.3) dikalikan dengan faktor integrasi $e^{\eta\tau},$ kemudian diintegalkan, diperoleh

$$N(\tau) \leq \frac{\varphi}{\eta} + Ce^{-\eta\tau}. \quad (2.4)$$

Pada saat $\tau = 0,$ maka

$$N(\tau) = \frac{\varphi}{\eta} + \left(N(0) - \frac{\varphi}{\eta}\right)e^{-\eta\tau}$$

$$= \frac{\varphi}{\eta}(1 - e^{-\eta\tau}) + N(0)e^{-\eta\tau}$$

Sehingga (2.4) dapat dituliskan menjadi $0 \leq N(\tau) \leq \frac{\varphi}{\eta}(1 - e^{-\eta\tau}) + N(0)e^{-\eta\tau}$

Pada saat $\tau = \infty$, maka (2.4) menjadi $0 \leq N(\tau) \leq \frac{\varphi}{\eta}$. Dengan demikian solusi dari sistem (1.2) adalah terbatas dan seragam pada himpunan

$$\Omega = \left\{ (u(\tau), v(\tau)) \in \mathbb{R}_+^2 : 0 \leq u(\tau) + \frac{\alpha}{\beta}v(\tau) \leq \frac{\varphi}{\eta} \right\}.$$

3. Eksistensi Titik Kesetimbangan

Titik-titik kesetimbangan sistem (1.2) diperoleh dengan menyelesaikan $\frac{du}{d\tau} = \frac{dv}{d\tau} = 0$, sedemikian sehingga

$$(1 - \alpha_1 - \omega u)u - \frac{\alpha u^2 v}{1+u^2} - \bar{h} = 0,$$

$$\left(\frac{\beta u^2}{1+u^2} - (\delta + \delta_1) \right) v = 0. \tag{3.1}$$

Teorema 2.

Jika (u^*, v^*) adalah titik-titik kesetimbangan dari sistem (1.2) pada \mathbb{R}_+^2 , maka sistem memiliki paling sedikit satu titik kesetimbangan dan paling banyak tiga titik kesetimbangan.

Bukti

1) Misal, ambil $v^* = 0$, maka dari persamaan pertama (3.1) diperoleh

$$u = \frac{1-\alpha_1}{2\omega} \pm \sqrt{\left(\frac{1-\alpha_1}{2\omega}\right)^2 - \frac{\bar{h}}{\omega}}.$$

Untuk setiap $1 - \alpha_1 > 0$, sedemikian sehingga:

a) Jika $\bar{h} > \frac{1}{4\omega}(1 - \alpha_1)^2$, tidak ada kesetimbangan positif.

b) Jika $\bar{h} = \frac{1}{4\omega}(1 - \alpha_1)^2$, terdapat satu titik kesetimbangan positif yaitu $E_1 = \left(\frac{1-\alpha_1}{2\omega}, 0\right)$.

c) Jika $0 < \bar{h} < \frac{1}{4\omega}(1 - \alpha_1)^2$, terdapat dua titik kesetimbangan positif yaitu

$$E_{11} = \left(\frac{1-\alpha_1}{2\omega} + \sqrt{\left(\frac{1-\alpha_1}{2\omega}\right)^2 - \frac{\bar{h}}{\omega}}, 0\right)$$

dan $E_{12} = \left(\frac{1-\alpha_1}{2\omega} - \sqrt{\left(\frac{1-\alpha_1}{2\omega}\right)^2 - \frac{\bar{h}}{\omega}}, 0\right)$, di mana $\frac{1-\alpha_1}{2\omega} >$

$$\sqrt{\left(\frac{1-\alpha_1}{2\omega}\right)^2 - \frac{\bar{h}}{\omega}},$$

2) Jika (u^*, v^*) adalah titik kesetimbangan positif, $u^* > 0$ dan $v^* > 0$, maka

$$u^* = \sqrt{\frac{\delta + \delta_1}{\beta - (\delta + \delta_1)}},$$

$$v^* = \frac{\beta}{\alpha(\delta + \delta_1)} \left((1 - \alpha_1) \sqrt{\frac{\delta + \delta_1}{\beta - (\delta + \delta_1)}} - \omega \frac{\delta + \delta_1}{\beta - (\delta + \delta_1)} - \bar{h} \right),$$

di mana:

$$\delta + \delta_1 < \beta \text{ dan}$$

$$\omega \frac{\delta + \delta_1}{\beta - (\delta + \delta_1)} + \bar{h} < (1 - \alpha_1) \sqrt{\frac{\delta + \delta_1}{\beta - (\delta + \delta_1)}}.$$

Sedemikian sehingga untuk setiap titik kesetimbangan dari sistem (1.2) pada \mathbb{R}_+^2 , maka: 1) Jika $\bar{h} > \frac{1}{4\omega}(1 - \alpha_1)^2$, tidak ada kesetimbangan, 2) Jika $\bar{h} = \frac{1}{4\omega}(1 - \alpha_1)^2$,

terdapat paling sedikit satu titik kesetimbangan positif yaitu $E_1 = \left(\frac{1-\alpha_1}{2\omega}, 0\right)$, dan 3) Jika $0 < \bar{h} < \frac{1}{4\omega}(1 - \alpha_1)^2$, terdapat paling banyak tiga titik kesetimbangan positif yaitu $E_{11} =$

$$\left(\frac{1-\alpha_1}{2\omega} + \sqrt{\left(\frac{1-\alpha_1}{2\omega}\right)^2 - \frac{\bar{h}}{\omega}}, 0\right), \quad E_{12} =$$

$$\left(\frac{1-\alpha_1}{2\omega} - \sqrt{\left(\frac{1-\alpha_1}{2\omega}\right)^2 - \frac{\bar{h}}{\omega}}, 0\right), \quad \text{dan} \quad E_2 =$$

(u^*, v^*) .

4. Analisis Titik Kesetimbangan

Matriks Jacobi dari sistem (1.2) adalah

$$J_{(u,v)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix},$$

di mana:

$$a_{11} = (1 - \alpha_1) - 2\omega u - \frac{2\alpha uv}{(1+u^2)^2},$$

$$a_{12} = -\frac{\alpha u^2}{1+u^2},$$

$$a_{21} = \frac{2\beta uv}{(1+u^2)^2},$$

$$a_{22} = \frac{\beta u^2}{1+u^2} - (\delta + \delta_1).$$

a) Analisis titik kesetimbangan E_1

$$J_{E_1} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\alpha(1-\alpha_1)^2}{(2\omega)^2+(1-\alpha_1)^2} \\ 0 & \frac{\beta(1-\alpha_1)^2}{(2\omega)^2+(1-\alpha_1)^2} - (\delta + \delta_1) \end{bmatrix}$$

Sedemikian sehingga untuk

$|J_{E_1} - \lambda I| = 0$ diperoleh

$$\left(\frac{\beta(1-\alpha_1)^2}{(2\omega)^2+(1-\alpha_1)^2} - (\delta + \delta_1) \right) \lambda = 0,$$

dengan demikian

$$\lambda_1 = 0,$$

$$\lambda_2 = \frac{\beta(1-\alpha_1)^2}{(2\omega)^2+(1-\alpha_1)^2} - (\delta + \delta_1).$$

Meskipun untuk setiap $\lambda_2 < 0$, di mana memenuhi kondisi $\frac{\beta(1-\alpha_1)^2}{(2\omega)^2+(1-\alpha_1)^2} < (\delta + \delta_1)$, titik kesetimbangan $E_1 = \left(\frac{1-\alpha_1}{2\omega}, 0\right)$

tetap tidak stabil karena $\lambda_1 = 0$.

b) Analisis titik kesetimbangan E_2

$$J_{E_2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{bmatrix},$$

di mana:

$$a_{11} = (1 - \alpha_1) - 2\omega \sqrt{\frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)}} - \frac{2\beta \sqrt{\frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)}} \left((1-\alpha_1) \sqrt{\frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)}} - \omega \frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)} - \bar{h} \right)}{(\delta+\delta_1) \left(1 + \frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)} \right)^2}$$

$$a_{12} = -\frac{\alpha}{\beta} (\delta + \delta_1),$$

$$a_{21} =$$

$$\frac{2\beta \sqrt{\frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)}} \left((1-\alpha_1) \sqrt{\frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)}} - \omega \frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)} - \bar{h} \right)}{\alpha(\delta+\delta_1) \left(1 + \frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)} \right)^2}.$$

Jika diambil $a_{11} < 0$, maka dengan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz, diperoleh

$$trace(J_{(u^*,v^*)}) < 0,$$

$$det(J_{(u^*,v^*)}) > 0,$$

di mana

$$2\omega \sqrt{\frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)}} + \frac{2\beta \sqrt{\frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)}} \left((1-\alpha_1) \sqrt{\frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)}} - \omega \frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)} - \bar{h} \right)}{(\delta+\delta_1) \left(1 + \frac{\delta+\delta_1}{\beta-(\delta+\delta_1)} \right)^2} > (1 - \alpha_1).$$

Sehingga untuk setiap $u^* > 0, v^* > 0$, titik kesetimbangan $E_2 = (u^*, v^*)$ adalah stabil.

c) Analisis titik kesetimbangan E_{11}

$$J_{E_{11}} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix},$$

di mana:

$$b_{11} = -\sqrt{(1 - \alpha_1)^2 - 4\omega\bar{h}}$$

$$b_{12} = -\frac{\alpha(1-\alpha_1+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2}{(2\omega)^2+(1-\alpha_1+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2}$$

$$b_{22} = \frac{\beta(1-\alpha_1+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2}{(2\omega)^2+(1-\alpha_1+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2} - (\delta + \delta_1)$$

Sedemikian sehingga untuk $|J_{E_{11}} - \lambda I| = 0$ diperoleh

$$(b_{11} - \lambda)(b_{22} - \lambda) = 0,$$

dengan demikian

$$\lambda_1 = -\sqrt{(1 - \alpha_1)^2 - 4\omega\bar{h}},$$

$$\lambda_2 = \frac{\beta(1-\alpha_1+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2}{(2\omega)^2+(1-\alpha_1+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2} - (\delta + \delta_1).$$

Untuk setiap $\lambda_2 < 0$ harus memenuhi kondisi $\frac{\beta(1-\alpha_1+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2}{(2\omega)^2+(1-\alpha_1+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2} < (\delta + \delta_1)$. Sedemikian sehingga titik kesetimbangan E_{11} adalah stabil.

d) Analisis titik kesetimbangan E_{12}

$$J_{E_{11}} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix},$$

di mana

$$b_{11} = \sqrt{(1-\alpha_1)^2 - 4\omega\bar{h}}$$

$$b_{12} = -\frac{\alpha(1-\alpha_1-\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2}{(2\omega)^2+(1-\alpha_1-\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2}$$

$$b_{22} = \frac{\beta(1-\alpha_1-\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2}{(2\omega)^2+(1-\alpha_1+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2} - (\delta + \delta_1).$$

Sedemikian sehingga untuk $|J_{E_{12}} - \lambda I| = 0$ diperoleh

$$(b_{11} - \lambda)(b_{22} - \lambda) = 0,$$

dengan demikian

$$\lambda_1 = \sqrt{(1-\alpha_1)^2 - 4\omega\bar{h}},$$

$$\lambda_2 = \frac{\beta(1-\alpha_1+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2}{(2\omega)^2+(1-\alpha_1+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2} - (\delta + \delta_1)$$

Meskipun untuk setiap $\lambda_2 < 0$, di mana memenuhi kondisi

$$\frac{\beta(1-\alpha_1+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2}{(2\omega)^2+(1-\alpha_1+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-4\omega\bar{h}})^2} < (\delta + \delta_1)$$

δ_1) akan tetapi $\lambda_1 > 0$. Sedemikian sehingga titik kesetimbangan E_{12} adalah tidak stabil.

5. Simulasi Numerik

Simulasi numerik dilakukan untuk melihat bentuk fase potret dari setiap titik-titik kesetimbangan yang ada berdasarkan pada hasil analisis sebelumnya. Yang

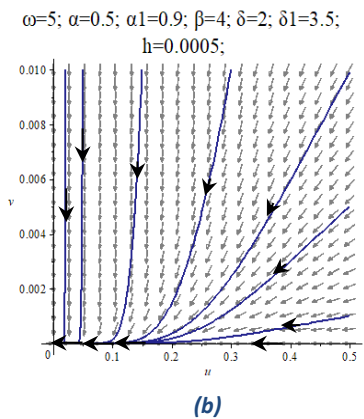
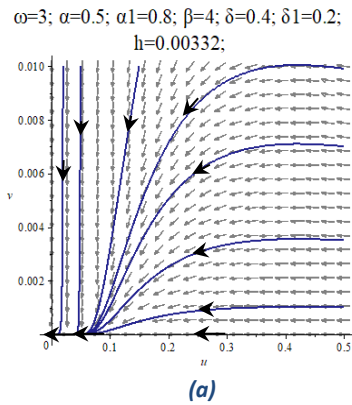
menjadi tinjauan titik kesetimbangan dalam melakukan simulasi numerik adalah titik-titik kesetimbangan positif pada \mathbb{R}_+^2 , sedemikian sehingga untuk setiap titik-titik kesetimbangan selain pada \mathbb{R}_+^2 diabaikan. Pada bagian ini, simulasi dilakukan dalam dua kategori berdasarkan pemilihan nilai \bar{h} .

a) $\bar{h} = \frac{1}{4}(1 - \alpha_1)^2$

Pada saat pemilihan $\bar{h} = \frac{1}{4\omega}(1 - \alpha_1)^2$, diperoleh satu titik kesetimbangan yaitu $E_1 = (\frac{1-\alpha_1}{2\omega}, 0)$, di mana titik kesetimbangan ini adalah tidak stabil. Ketidakstabilan di sekitar titik kesetimbangan terjadi karena tingginya angka kematian yang disebabkan oleh efek dari kekeringan sehingga berdampak pada laju pertumbuhan pada kedua populasi akan semakin berkurang. Populasi pemangsa adalah yang paling merasakan efek kekeringan ini, di mana mengalami penurunan yang tajam dan bahkan mengalami kepunahan pada suatu waktu.

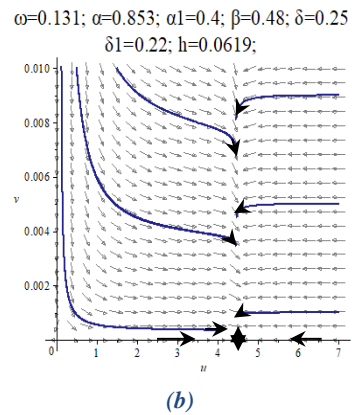
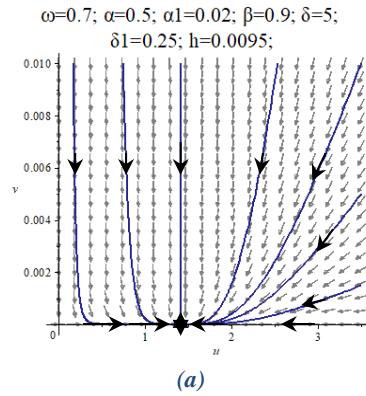
Simulasi numerik dilakukan dengan mengambil beberapa nilai parameter yang berbeda. Pada saat $\omega = 3$, $\alpha = 0,5$, $\alpha_1 = 0,8$, $\beta = 4$, $\delta = 0,4$, $\delta_1 = 0,2$, dan $\bar{h} = 0,00332$, diperoleh bentuk fase potret seperti pada Gambar 1(a). Sedangkan untuk $\omega = 5$, $\alpha = 0,5$, $\alpha_1 = 0,9$, $\beta = 4$, $\delta = 2$, $\delta_1 = 3,5$, dan $\bar{h} = 0,0005$, diperoleh bentuk fase potret seperti Gambar 1(b). Nampak bahwa baik fase potret Gambar 1(a) maupun Gambar 1(b) selalu menuju titik asal. Hal ini bahwa terjadi ketidak stabilan pada interaksi

populasi yang menuju pada kondisi kepunahan.



Gambar 1. Fase portrait dari E_1

Gambar 2(b), nampak bahwa pada kondisi ini kestabilan interkasi yang memungkinkan populasi akan tetap bertahan.



Gambar 2. Fase portrait dari E_{11} dan E_{12}

b) $0 < \bar{h} < \frac{1}{4\omega} (1 - \alpha_1)^2$

Simulasi untuk $0 < \bar{h} < \frac{1}{4\omega} (1 - \alpha_1)^2$ yaitu dilakukan melihat bentuk fase potret titik kesetimbangan E_{11} dan E_{12} . Jika diambil nilai parameter $\omega = 0,7$, $\alpha = 0,5$, $\alpha_1 = 0,02$, $\beta = 0,9$, $\delta = 5$, $\delta_1 = 0,25$, dan $\bar{h} = 0,0095$, diperoleh bentuk fase potret seperti pada Gambar 2(a). Sedangkan untuk $\omega = 0,131$, $\alpha = 0,83$, $\alpha_1 = 0,4$, $\beta = 0,48$, $\delta = 0,25$, $\delta_1 = 0,22$, dan $\bar{h} = 0,0619$, diperoleh bentuk fase potret seperti Gambar 2(b). Dari bentuk fase potret baik dari Gambar 2(a) maupun

KESIMPULAN

analisis kestabilan sistem mangsa pemangsa fungsi respon Holling tipe III dan pemanenan konstan pada mangsa terhadap dampak kekeringan, memiliki himpunan solusi pada \mathbb{R}_+^2 yaitu terbatas dan seragam. Pada sistem (1.1), terdapat paling sedikit satu titik kesetimbangan positif yaitu E_1 dan paling banyak terdapat tiga titik kesetimbangan positif yaitu E_{11} , E_{12} dan E_2 . Berdasarkan hasil analisis dari setiap titik kesetimbangan bahwa titik kesetimbangan E_1 stabil dan E_{12} adalah

tidak stabil sedangkan untuk titik kesetimbangan E_{11} dan E_2 adalah stabil pada kondisi tertentu.

Simulasi numerik dilakukan untuk melihat bentuk fase potret dari setiap titik kesetimbangan. Jika laju kekeringan lebih besar dari laju pertumbuhan instrinsik mangsa maka kedua populasi akan menuju kepunahan. Namun sebaliknya, jika laju pertumbuhan instrinsik mangsa lebih besar dari laju kekeringan maka hubungan dinamika populasi mangsa dan pemangsa bergantung pada pola hasil pemanen konstan yang dilakukan terhadap mangsa. Sehingga hubungan dinamika yang stabil terjadi jika pemanenan dilakukan pada interval $0 < h \leq \frac{K}{4r} (r - a_1)^2$.

DAFTAR PUSTAKA

- Angela N Laws. 2017. Climate change effects on predator-prey interactions. Available online at www.sciencedirect.com.
- Banerjee, Ritwick; Das, Pritha; Mukherjee, Debasis. 2018. Stability and permanence of a discrete-time two-prey one-predator system with Holling Type-III functional response. *Chaos, Solitons & Fractals*, 117(), 240–248.
- Dai, Yanfei., Yulin Zhao., and Bo Sang. 2019. Four limit cycles in a predator-prey system of Leslie type with generalized Holling type III functional response. *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 50: 218–239.
- Lotka, Alfred J., 1925 *Elements of Physical Biology*, Williams and Wilkins, Baltimore.
- Mapunda, Alanus., Eunice M., Nyimvua S., Thadei S.. 2018. Effects of Over-Harvesting and Drought on a Predator-Prey System with Optimal Control. *Scientific Research Publishing: Open Journal of Ecology*, Vol 8: 459-482.
- Panja, P., Mondal, S. K., & Chattopadhyay, J., 2017, Dynamical Effects of Anti-predator Behaviour of Adult Prey in a Predator-Prey Model with Ratio-Dependent Functional Response, *Asian Journal of Mathematics and Physics*, vol 1: 19–32.
- Rihan, F.A., Rajivganthi, C. 2020. Dynamics of fractional-order delay differential model of prey-predator system with Holling-type III and infection among predators. *Chaos, Solitons & Fractals*, 141(), 110365.
- Shang, Zuchong. Yuanhua Q., Lijuan D., Jun M. 2021. Bifurcation analysis in a predator-prey system with an increasing functional response and constant-yield prey harvesting. *Mathematics and Computers in Simulation*, 190 (), 976–1002.
- Toaha, S. 2019. The effect of harvesting with threshold on the dynamics of prey predator model. *Journal of Physics: Conference Series*, 1341 (), 062021.
- Volterra, Vito. 1926. Fluctuations in the Abundance of a Species considered Mathematically. *Nature*, No.118: 558–560.
- Verhulst, P.F. 1838. Notice Sur La Loi Que La Population Suit Dans Son Accroissement, *Corresp. Math. Phys. Publ. Par A, Quetelet* 10: 113–121.
- Xie, Yingkang., Zhen Wang., Bo Meng., and Xia Huang. 2020. Dynamical Analysis for a Fractional-Order Prey–Predator Model with Holling III type Functional Response and

Discontinuous Harvest. Applied
Mathematics Letters 106342.