

## PENERAPAN DERET FOURIER PADA SISTEM PENDENGARAN MANUSIA

### *(The Application of Fourier Deret on Human Hearing)*

Tri Widjajanti

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Negeri Papua, Jln. Gunung Salju Amban,  
Manokwari 98314, Telp. (0986) 215662, Facs 213089

#### ABSTRACT

Natural vane voices comes to the human ear on the Fourier **deret**  $P(t)$ , while the human hearing system only accepts the wore of voices on the Fourier **deret** berhingga  $Q(t)$ . The difference between fouries series  $P(t)$  and  $Q(l)$  can be eliminating using Approximation quadrate smallest method. Therefore  $q(t)$  is a result of natural vane approach.

**Key words:** Fourier series, Natural vane voices, Wane Model, quadrate smallest approach.

#### PENDAHULUAN

Deret Fourier merupakan deret dari fungsi sinus dan kosinus, secara umum mewakili fungsi periodik. Penerapan Deret Fourier banyak digunakan di bidang teknik, ilmu pengetahuan alam dan matematika. Metode Deret Fourier lazim digunakan untuk menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan pendekatan fungsi. Istilah sinusoid digunakan untuk menyatakan sembarang bentuk gelombang yang dapat dinyatakan sebagai suatu fungsi sinus dan kosinus. Tidak terdapat perjanjian yang jelas bagaimana memilih salah satu fungsi itu dalam hal apapun hasil – hasilnya akan identik. (Chapra, 1991) Dalam penulisan ini, gelombang suara yang masuk ke dalam telinga manusia merupakan gelombang sinus.

Gelombang suara yang masuk ke dalam telinga manusia merupakan tekanan udara yang dinyatakan sebagai fungsi dari waktu. Untuk sistem pendengaran, jenis model yang paling elementer dari gelombang suara adalah fungsi gelombang sinus sebagai fungsi dari waktu (Rorres, 1994)

Gelombang suara yang masuk ke dalam telinga manusia  $p(t)$  merupakan kombinasi linear dari gelombang – gelombang sinus, setelah masuk ke dalam telinga diinterpretasikan menjadi  $q(t)$  yang merupakan nilai pendekatan dari gelombang suara

yang masuk ke dalam telinga  $p(t)$ . Untuk mencari nilai pendekatan gelombang suara yang diterima oleh telinga  $q(t)$  ke gelombang yang masuk ke dalam telinga  $p(t)$ , kita menggunakan Deret Fourier.

#### METODA PENELITIAN

Penelitian dilakukan melalui penelusuran atau tinjauan pustaka (bedah buku).

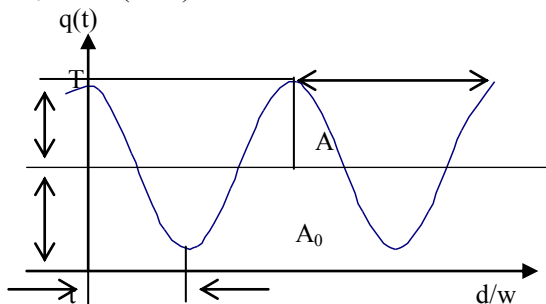
#### HASIL DAN PEMBAHASAN

Telinga merupakan salah satu panca indera manusia yang berfungsi sebagai alat pendengaran dan keseimbangan. Telinga terdiri dari tiga komponen utama yaitu telinga bagian luar, telinga bagian tengah dan telinga bagian dalam. Telinga bagian luar merupakan penangkap getaran bunyi. Gelombang suara masuk ke telinga bagian luar yang menghubungkan gendang telinga, yang mengakibatkan gendang telinga bergetar. Tiga tulang kecil dalam telinga bagian tengah menghubungkan secara mekanik gendang telinga dengan rumah siput di dalam telinga bagian dalam. Tulang – tulang ini menghantarkan getaran dari gendang telinga ke suatu cairan di dalam rumah siput di dalam telinga bagian dalam. Rumah siput mengandung ribuan rambut – rambut kecil yang bergetar bersama cairan. Rambut – rambut kecil yang berada dekat jalan masuk dari rumah siput dirangsang oleh frekuensi yang tinggi,

sedangkan rambut – rambut kecil yang agak masuk dirangsang oleh frekuensi yang rendah. Pergerakan dari rambut–rambut ini mengakibatkan sel–sel urat saraf mengirimkan signal–signal sepanjang urat saraf–urat saraf kecil ke otak.

Gelombang suara yang masuk ke dalam telinga manusia merupakan tekanan udara yang dinyatakan sebagai fungsi dari waktu. Untuk system pendengaran, jenis model gelombang yang paling elementer dari gelombang suara adalah fungsi gelombang sinus sebagai fungsi dari waktu (Gambar 1 ) yaitu:

$$P(t)=A_0+ASin(\omega t-\delta) \dots\dots\dots (1)$$



Gambar 1. Grafik Gelombang Sinus sebagai Fungsi dari Waktu

Di sini, p(t) adalah tekanan atmosfer normal pada gendang telinga, A<sub>0</sub> adalah tekanan atmosfer normal (menetapkan tinggi rata – rata di absis), A adalah simpangan maksimum dari tekanan atmosfer normal (mencirikan tinggi gelombang suara), ω/2π adalah frekuensi dari gelombang dalam siklus perdetik dan δ adalah sudut phase dari gelombang (mencirikan sejauh mana gelombang sinus bergeser secara mendatar).

Gelombang suara jenis inilah yang merangsang rambut–rambut di dalam rumah siput sedemikian rupa sehingga menghasilkan sinyal–sinyal saraf. Sinyal–sinyal saraf tersebut oleh saraf pendengaran dikirim ke otak. Sinyal–sinyal tersebut diinterpretasikan sebagai suara.

Perlu diketahui bahwa rambut–rambut kecil di dalam rumah siput tidak bereaksi atau bergetar oleh suara–suara yang terlalu rendah atau terlalu tinggi frekuensinya. Jadi tidak semua suara bisa didengar oleh telinga manusia. Sebagai suara yang bisa didengar, gelombang sinus seperti pada persamaan (1) harus mempunyai frekuensi dalam range (sebaran) tertentu.

Untuk pendengaran manusia range ini kira–kira 20 cps – 20.000 cps, frekuensi di luar range ini tidak dapat merangsang rambut–rambut di dalam rumah siput untuk memproduksi sinyal–sinyal saraf. Seperti disinggung di muka, hal ini dikarenakan telinga manusia mempunyai kemampuan terbatas dalam menerima gelombang suara.

Gendang telinga merupakan salah satu komponen utama telinga yang berfungsi menerima dan merubah gelombang suara menjadi getaran yang dihantarkan ke rambut–rambut kecil di dalam rumah siput. Gendang telinga itu sendiri merupakan selaput tipis, jika gelombang suara berfrekuensi rendah masuk ke dalam telinga menuju gendang telinga, gendang telinga tidak bergetar. Sebaliknya jika gelombang suara yang diterima mempunyai frekuensi melebihi kemampuan gendang telinga untuk menerima gelombang suara tersebut akan mengakibatkan kerusakan pada gendang telinga, akibatnya telinga tidak bisa mendengar lagi.

Cara mendengar melalui telinga diasumsikan sebagai system linear artinya suatu gelombang suara kompleks yang bisa didengar adalah jumlah berhingga dari komponen–komponen sinus dari berbagai amplitudo, frekuensi dan sudut phase, katakan

$$Q(t) = A_0 + A_1 \text{Sin} (\omega_1 t - \delta_1) + A_2 \text{Sin} (\omega_2 t - \delta_2) + \dots + A_n \text{Sin} (\omega_n t - \delta_n) \dots\dots\dots 2)$$

Respon dari telinga yang terdiri dari impuls–impuls saraf sepanjang urat saraf–urat saraf kecil yang sama akan dirangsang oleh komponen–komponen sinus secara individual.

Dalam system pendengaran, pada awalnya suara asli yang memasuki telinga kita, dianggap sebagai gelombang suara periodic p(t) dengan periode T [i.e, p(t) = p(t + T)] yang bukan suara berhingga dari gelombang–gelombang sinus, tetapi karena keterbatasan telinga manusia, tafsiran telinga q(t) menjadi jumlah berhingga dari gelombang–gelombang sinus.

Penentuan frekuensi dari komponen–komponen sinus q(t) diperlukan karena q(t) menghasilkan respon yang sama dengan gelombang periodic p(t). Karena itu q(t) dan p(t) mempunyai periode yang sama yaitu T. Sebagai akibatnya, frekuensi–frekuensi dari komponen–komponen sinus harus merupakan kelipatan bulat dari frekuensi dasar 1/T fungsi p(t), maka ω<sub>k</sub> dalam persamaan (2) menjadi

$$\omega_k = 2k\pi/T, \quad k=1,2, \dots \quad (3)$$

Dengan n bilangan bulat terbesar sedemikian hingga  $n/T$  tidak lebih besar dari 20.000 cps.

Pengambilan nilai-nilai amplitudo  $A_1, A_2, \dots, A_n$  dan sudut phase  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$  harus memenuhi beberapa ketentuan sehingga  $q(t)$  dan  $p(t)$  menghasilkan respon yang sama (menghampiri) terhadap telinga (jadi telinga tidak bisa membedakan kedua suara tersebut). Untuk menguji apakah  $q(t)$  mempunyai respon yang sama dengan  $p(t)$ , diperlukan pengukuran galat antara  $p(t)$  dan  $q(t)$ , yaitu :

$$e(t) = p(t) - q(t) \quad (4)$$

Jika  $q(t)$  dianggap sebagai suatu pendekatan ke  $p(t)$ , maka  $e(t)$  adalah galat dalam pendekatan ini, artinya galat yang tidak dapat didengarkan oleh telinga manusia. Dalam persamaan (4) untuk menentukan amplitudo dan sudut phase, digunakan cara meminimalan nilai dari pengintegralan galat kuadrat pada selang  $[0, T]$  yaitu nilai dibuat sekecil mungkin.

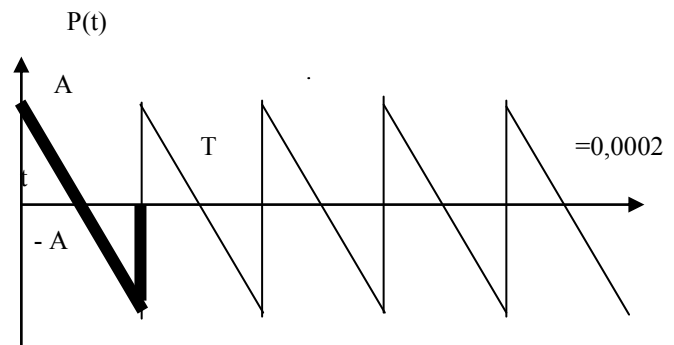
$$\int_0^T [e(t)]^2 dt = \int_0^T [p(t) - q(t)]^2 dt \quad (5)$$

Gelombang galat  $e(t)$  merupakan energi dari dua gelombang suara yang berbeda  $p(t)$  dan  $q(t)$  yang menentukan apakah telinga mendengarkan perbedaan di antara mereka. Jika energi ini sekecil mungkin, maka dua gelombang suara menghasilkan sensasi suara yang sama. Secara matematika, fungsi  $q(t)$  pada persamaan (5) disebut hampiran kuadrat terkecil ke  $p(t)$  dalam ruang vektor  $C[0, T]$ ; yaitu himpunan fungsi – fungsi yang kontinu pada interval  $[0, T]$ .

Contoh :

Misalkan suatu gelombang suara  $p(t)$  mempunyai pola gelombang gigi gergaji dengan frekuensi dasar 5000 cps. Dengan tekanan atmosfer normal sama dengan 0 dan amplitudo maksimum dari gelombang  $A$ . Periode dari gelombang adalah  $T = 1/5000 = 0.0002$  detik. Dari  $t = 0$  ke  $t = T$ , persamaan fungsi  $p(t)$  ;

$$P(t) = 2A/T(T/2 - t)$$



Gambar. 2 Pola Gelombang Gigi Gergaji

Dengan menggunakan koefisien Deret Fourier ;

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^T \frac{2A}{T} \left( \frac{T}{2} - t \right) dt = 0$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T p(t) \cos \frac{2k\pi t}{T} dt = \frac{2}{T} \int_0^T \frac{2A}{T} \left( \frac{T}{2} - t \right) \cos \frac{2k\pi t}{T} dt = 0, \quad k=1,2,\dots$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T p(t) \sin \frac{2k\pi t}{T} dt = \frac{2}{T} \int_0^T \frac{2A}{T} \left( \frac{T}{2} - t \right) \sin \frac{2k\pi t}{T} dt = 0, \quad k=1,2,\dots$$

Dapat dilihat bahwa untuk  $k = 4$  diperoleh frekuensi  $\frac{4}{T} = \frac{4}{0.0002} = 20.000 \text{ cps}$ , maka nilai  $k$  hanya sampai di  $k = 4$  (yang masuk ke dalam range frekuensi pendengaran manusia). Hampiran kuadrat terkecil  $p(t)$  adalah

$$q(t) = \frac{2A}{T} \left[ \sin \frac{2\pi}{T} t + \frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{T} t + \frac{1}{3} \sin \frac{6\pi}{T} t + \frac{1}{4} \sin \frac{8\pi}{T} t \right]$$

Keempat persamaan sinus mempunyai frekuensi masing-masing 5000, 10.000, 15.000 dan 20.000 cps. Gambar 2 menunjukkan hampiran ke fungsi p(t) oleh q(t) pada suatu periode.

## KESIMPULAN DAN SARAN

### Kesimpulan

- (1) Gelombang suara yang masuk ke dalam telinga manusia berupa gelombang sinus yang merupakan tekanan udara yang dinyatakan sebagai fungsi dari waktu, yaitu;  $p(t) = A_0 + A \sin(\omega t - \delta)$ .
- (2) Gelombang suara asli p(t) (yang masuk ke dalam telinga manusia), oleh telinga diinterpretasikan sebagai q(t), yang merupakan nilai pendekatan ke p(t).
- (3) Jarak antara p(t) dan q(t) diusahakan sekecil mungkin dengan Metode Kuadrat Terkecil, sehingga diperoleh respon yang sama antara p(t) dan q(t).

### Saran

Sangat diharapkan adanya pengembangan dari penerapan Deret Fourier pada system pendengaran manusia, sehingga dapat diciptakan suatu alat untuk pendengaran manusia yang mengalami kerusakan pada pengaturan pembentukan signal – signal saraf pada rumah siput dengan pengaturan frekuensi dan amplitudo, sebab pemilihan frekuensi dan amplitudo sulit dilakukan karena tidak beraturan atau acak.

## DAFTAR PUSTAKA

Howard, A., and C. Rorres. 1994 *Elementary Linear Algebra Application Version. Seventh Edition.* Drexel University. New York.

Chapra, S., R. P. Canale. 1991 *Metode Numerik Jilid I.* Edisi kedua. Penerbit Erlangga. Jakarta.

Kreyszig, E. 1993 *Advanced Engineering Mathematics.* Seventh Edition. Ohio State University. Columbus. Ohio.

Sutrisno. 1984 *Seri Fisika Dasar. Gelombang dan Optik.* Penerbit ITB Bandung. Edisi Ketiga..

Spiegel, M. 1992 *Kalkulus Lanjutan.* Edisi Ketiga Penerbit Erlangga. Jakarta..

Folland, B. G. 1995 *Fourier Analysis And Its Applications.* University of Washington.