

ANALISIS TITIK KESETIMBANGAN DAN KESTABILAN PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA DI DISTRIK MANOKWARI BARAT BERDASARKAN MODEL EPIDEMIK SIR

(Stability and Equilibrium Analysis of Malaria's Epidemics in Manokwari Barat District Based on SIR Epidemic Model)

Fandy, S.Si¹, Andi Fajeriani Wyrasti, S. Pd, M. Si² dan Tri Widjajanti, M. Si³

^{1,2,3}Jurusan Matematika dan Statistika, FMIPA
Universitas Negeri Papua

ABSTRACT

Stability and equilibrium of malaria's epidemics in Manokwari Barat district based on SIR epidemic model will be discussed in this paper. The SIR epidemic model can be applied to make a model of endemic diseases like malaria. Based on this research, there are 2 types of the equilibrium of malaria's epidemics in Manokwari Barat District, endemic and non endemic point.

Keywords: *Malaria, epidemic model, autonomous system.*

PENDAHULUAN

Malaria merupakan penyakit infeksi parasit yang menempatkan 2,5 milyar manusia beresiko tinggi terkena malaria dan menyebabkan lebih dari 300-900 juta kasus klinis dengan 1-3 juta kematian tiap tahun, artinya terjadi dua kematian permenit di dunia terutama wanita dan anak-anak di Afrika dan Asia Tenggara (Saifudin, dkk, 2008). Penyakit malaria adalah penyakit infeksi yang disebabkan oleh protozoa parasit yang merupakan golongan *Plasmodium* yang hidup dan berkembang biak dalam sel darah merah manusia, dengan proses penularannya melalui gigitan nyamuk *Anopheles* betina (Depkes RI, 2006).

Menurut *Survey Kesehatan Rumah tangga* (SKRT) tahun 2001, terdapat 15 juta kasus malaria dengan 38.000 kematian tiap tahunnya. Diperkirakan 35% penduduk Indonesia tinggal di daerah yang beresiko tertular malaria. Menurut Depkes RI (2006) dari 293 kabupaten/kota yang ada di Indonesia, 167 kabupaten/kota merupakan wilayah endemik malaria.

Pada sebagian besar kasus penyebaran penyakit, terdapat penyakit yang dapat memasuki kondisi endemik. Kondisi endemik diartikan sebagai kondisi dimana penyakit menyebar pada suatu wilayah dalam kurun waktu yang sangat

lama. Kondisi endemik dapat terjadi pada penyakit malaria. Model penyebaran penyakit yang bersifat endemik disebut sebagai model epidemik *SIR*. Model inilah yang selanjutnya digunakan untuk memodelkan penyakit yang bersifat endemik (Zaki, 2007).

Model epidemik *SIR* (*Susceptible, Infected* dan *Recovered*) dikenalkan oleh W. O. Kerkmark dan A. G. McKendrick dalam buku "*A Contribution to The Mathematical Theory of Epidemics*" (Castellini and Romanelli, 2007). Secara umum model epidemik *SIR* dapat disajikan sebagai sistem *autonomous* persamaan diferensial. Menurut Hethcote (2006), populasi model epidemik *SIR* dibagi ke dalam tiga kelompok yaitu *Susceptible* (S) yaitu kelompok individu yang sehat tetapi dapat terinfeksi penyakit, *Infected* (I) yaitu kelompok individu yang terinfeksi dan dapat sembuh dari penyakit tersebut, dan *Recovered* (R) yaitu individu yang telah sembuh dan kebal dari penyakit.

Menurut Finizio dan Ladas (1982), semua sistem *autonomous* mempunyai solusi eksak, namun tidak semua solusi eksak dari sistem *autonomous* dapat ditentukan penyelesaian. Oleh karena itu diperlukan informasi lain atau cara lain untuk mengamati perilaku sistem. Perilaku sistem dapat diamati pada titik-titik di mana sistem berada pada keadaan setimbang. Titik tersebut selanjutnya disebut sebagai sistem kesetimbangan. Konsep

perilaku sistem pada keadaan setimbang dikenal sebagai kestabilan. Keadaan tersebut merupakan informasi untuk menggambarkan perilaku sistem. Oleh karena itu dalam model epidemik *SIR* perlu ditentukan kestabilan di titik kesetimbangan untuk mengetahui dan menginterpretasikan perilaku model.

Pada tahun 2007, Husty Serviana melakukan penelitian tentang bagaimana memodelkan penyebaran penyakit kaki gajah menggunakan model epidemik *SIR*. Hasil dari penelitian tersebut menunjukkan bahwa model epidemik *SIR* dapat digunakan untuk memodelkan penyebaran penyakit yang bersifat endemik. Berdasarkan penelitian tersebut, pada penelitian ini akan diteliti bagaimana memodelkan penyebaran penyakit yang bersifat endemik yakni penyakit malaria, berdasarkan model epidemik *SIR* serta melakukan analisis titik kesetimbangan dan kestabilannya.

PENYAKIT MALARIA DAN SIKLUS HIDUP NYAMUK

Malaria adalah penyakit infeksi yang menyerang manusia, burung, hewan melata, kera dan primata lainnya, yang disebabkan oleh *protozoa* parasit yang merupakan golongan *Plasmodium*, dengan proses penularannya melalui gigitan nyamuk *Anopheles* betina. Gejala tipikal yang timbul adalah berganti-gantinya panas-dingin, disebabkan panas yang tinggi dan terdiri dari tiga gejala, yaitu menggigil (stadium *frigoris*), panas (stadium *caloris*), berkeringat (stadium *sudoris*). Bagi masyarakat awam, gejala ini hampir sama untuk keempat jenis malaria, oleh karena itu untuk mengetahui jenis malaria seringkali dilakukan dengan pemeriksaan darah (Slamet, 2002).

Menurut Depkes RI (2006), ada dua hospes atau siklus hidup *Plasmodium* penyakit malaria yaitu hospes nyamuk *Anopheles* betina dan hospes manusia. Siklus hidup *Plasmodium* penyakit malaria pada nyamuk *Anopheles* betina, jika nyamuk *Anopheles* betina menghisap darah yang mengandung *gametosis* di dalam tubuh nyamuk, maka gamet jantan dan betina melakukan pembuahan menjadi *zigot*. *Zigot* berkembang menjadi *ookinet* kemudian menembus dinding lambung nyamuk. Pada dinding luar lambung nyamuk *ookinet* akan menjadi *ookista* dan

selanjutnya menjadi *sporozoit*. *Sporozoit* ini bersifat infeksius dan siap ditularkan (Depkes RI, 2006).

Siklus hidup *Plasmodium* pada manusia, pada waktu nyamuk *Anopheles* betina infeksius menghisap darah manusia, *sporozoit* yang berada di kelenjar air liur nyamuk akan masuk ke dalam peredaran darah selama kurang lebih setengah jam. Setelah itu *sporozoit* akan masuk ke dalam sel hati dan menjadi *tropozoit* hati. kemudian berkembang menjadi skizon hati yang terdiri dari 10.000-30.000 merozoit hati, yang berlangsung selama 2 minggu. Pada *Plasmodium vivax* dan *Plasmodium ovale*, sebagian *tropozoit* hati tidak langsung berkembang menjadi *skizon*, tetapi ada yang menjadi bentuk dorman yang disebut *hipnozoid*. *Hipnozoid* tersebut dapat tinggal dalam sel hati selama berbulan-bulan sampai bertahun-tahun. Pada suatu saat bila imunitas tubuh menurun, akan menjadi aktif sehingga dapat menimbulkan kambuh. *Merozoit* yang berasal dari *skizon* hati yang pecah akan masuk ke dalam peredaran darah dan menginfeksi sel darah merah. Parasit tersebut di dalam sel darah merah berkembang dari stadium *tropozoit* sampai *skizon* yang disebut *skizogoni*. Selanjutnya *eritrosit* yang terinfeksi (*skizon*) pecah dan *merozoit* yang keluar akan menginfeksi sel darah merah lainnya, siklus ini disebut siklus eritrositer (Depkes RI, 2006).

SISTEM AUTONOMOUS DAN MODEL EPIDEMIK SIR

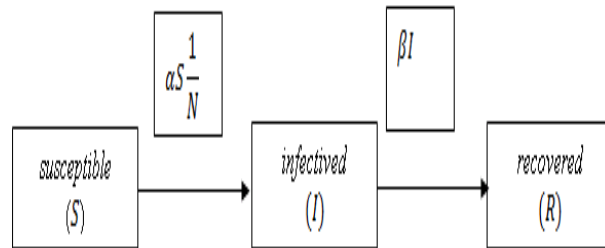
Sistem persamaan diferensial *nonlinear* orde satu yang terdiri dari dua fungsi dan mempunyai persamaan umum $\frac{dx}{dt} = f_1(x, y)$ dan $\frac{dy}{dt} = f_2(x, y)$, dengan f_i adalah fungsi *nonlinear* untuk $i = 1, 2$ disebut sistem *autonomous*, karena variabel bebas t tidak muncul secara eksplisit (Finizio dan Ladas, 1982).

Model epidemik *SIR* menggambarkan arus penyebaran penyakit dari kelompok individu *susceptible* menjadi *infected* melalui kontak langsung maupun perantara lain. Selanjutnya, individu *infected* yang mampu bertahan terhadap penyakit akan sembuh dan memasuki kelompok *recovered*.

Jumlah individu pada kelompok *susceptible*, *infected* dan *recovered* pada waktu t masing-masing dinyatakan sebagai $S(t)$, $I(t)$, dan $R(t)$.

Total jumlah populasi N diasumsikan konstan karena pengaruh kelahiran, kematian maupun migrasi tidak diperhatikan. Oleh karena itu $S(t) + I(t) + R(t) = N$.

Individu pada kelompok *susceptible* dapat terinfeksi penyakit melalui kontak dengan jumlah infeksi α . Individu pada kelompok *infected* dapat sembuh dari penyakit dengan jumlah kesembuhan β , seperti Gambar 1.



Gambar 1. Model Epidemik SIR

Gambar 1 menunjukkan bahwa besarnya jumlah individu pada kelompok S yang memasuki kelompok I karena telah terinfeksi penyakit melalui kontak adalah sebesar $\alpha S \frac{1}{N}$. Individu pada kelompok I yang sembuh dari penyakit sebesar βI akan memasuki kelas R .

Menurut Zaki, tahun 2007, asumsi-asumsi model epidemik SIR :

1. Populasi tertutup (tidak ada proses migrasi).
2. Jumlah kelahiran sama dengan jumlah kematian (jumlah populasi tetap).
3. Penyakit dapat disembuhkan.
4. Setiap individu yang belum terserang penyakit masuk ke sub populasi *susceptibles* (rentan terserang malaria).
5. Individu yang sembuh mempunyai kekebalan dalam jangka waktu tertentu.
6. Tidak ada masa inkubasi apabila terjadi proses penularan.
7. Masa terjangkit penyakit yang cukup lama.

Menurut Hethcote (2006), model epidemik SIR dinyatakan sebagai sistem *autonomous*

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= -\alpha S \frac{I}{N} \\ \frac{dI}{dt} &= \alpha S \frac{I}{N} - \beta I \\ \frac{dR}{dt} &= \alpha \beta I \end{aligned}$$

dengan α : Proposi individu yang terinfeksi penyakit dalam populasi.

β : Proposi individu yang sembuh dari penyakit dalam populasi.

N : Total jumlah populasi.

S : Kelompok individu yang sehat tetapi dapat terinfeksi penyakit.

I : Kelompok individu yang terinfeksi dan dapat sembuh dari penyakit tersebut.

R : Kelomok individu yang telah sembuh dan kebal dari penyakit.

t : Waktu

KESETIMBANGAN DAN KESTABILAN SISTEM

Menurut Finizio dan Ladas tahun 1982, bahwa titik kesetimbangan dari sistem merupakan titik di mana sistem tersebut tidak mengalami perubahan sepanjang waktu.

Definisi 4.1 (Finizio dan Ladas, 1982, hal. 321)

Titik (x_0, y_0) disebut titik kesetimbangan jika $f(x_0, y_0)=0$ dan $g(x_0, y_0)=0$.

Definisi 4.2 (Finizio dan Ladas, 1982, hal. 321)

Jika $x = x_E$ dan $f(x_E) = 0$, maka sistem dikatakan stabil di $x = x_E$, dengan kriteria kestabilan berdasarkan pada nilai eigen yaitu :

1. Jika $\lambda_1 > 0$ dan $\lambda_2 > 0$, maka sistem dikatakan tidak stabil.
2. Jika $\lambda_1 < 0$ dan $\lambda_2 < 0$, maka sistem dikatakan stabil.
3. Jika $\lambda_1 < 0$ dan $\lambda_2 > 0$ atau $\lambda_1 > 0$ dan $\lambda_2 < 0$, maka sistem dikatakan stabil asimtotik.
4. Jika $\lambda = \pm(a + b_i)$ dengan $a \leq 0$, maka sistem dikatakan stabil dengan syarat
 - a. Jika $a < 0$, maka sistem dikatakan stabil dalam lintasan yang berbentuk spiral.
 - b. Jika $a = 0$, maka sistem dikatakan stabil netral.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Faktor-faktor dan Asumsi yang Mempengaruhi Pembentukan Model

Faktor - faktor yang mempengaruhi pembentukan model matematika penyebaran penyakit malaria adalah

1. Rata-rata pertambahan manusia persatuan waktu (T_h).

2. Rata-rata kematian manusia persatuan waktu (μ_h).
3. Rata-rata keberhasilan transmisi malaria dari nyamuk yang terinfeksi ke manusia persatuan waktu (P_h).
4. Rata-rata jumlah gigitan pada manusia yang disebabkan oleh nyamuk persatuan waktu (b).
5. Laju munculnya gejala klinis persatuan waktu (δ).
6. Rata-rata penambahan nyamuk persatuan waktu (T_v).
7. Rata-rata kematian nyamuk persatuan waktu (μ_v).
8. Rata-rata keberhasilan transmisi malaria dari manusia yang terinfeksi ke nyamuk persatuan waktu (P_v).
9. Populasi manusia sehat yang rentan terhadap malaria (S_h).
10. Populasi manusia terinfeksi malaria (R_h).
11. Populasi manusia sehat yang sembuh dari penyakit malaria (I_h).
12. Populasi nyamuk sehat yang rentan terinfeksi malaria (S_v).
13. Populasi nyamuk yang terinfeksi malaria (I_v).

Selanjutnya untuk mempermudah pembentukan model penyebaran penyakit malaria digunakan asumsi-asumsi sebagai berikut :

1. Populasi virgin terhadap penyakit malaria. Suatu populasi dikatakan *virgin* terhadap penyakit malaria jika anggota dari populasi tersebut belum pernah terkena penyakit malaria sebelumnya.
2. Jarak terbang nyamuk berkisar antara 100-200 meter, oleh karena itu penyebaran penyakit malaria diamati pada komunitas tertutup.
3. Hanya terdapat satu jenis vektor yaitu nyamuk *Anopheles* betina.
4. Setiap individu yang terinfeksi penyakit malaria dan telah diberi obat diasumsikan telah sembuh dari penyakit.
5. Populasi total manusia konstan, artinya jumlah penduduk dalam populasi berada dalam keadaan stabil dimana laju kelahiran dan kematian manusia bernilai sama atau konstan persatuan waktu.
6. Faktor lingkungan diabaikan.
7. Populasi total nyamuk konstan, artinya jumlah nyamuk dalam populasi berada dalam keadaan stabil dimana laju kelahiran dan kematian nyamuk bernilai sama atau konstan.

8. Setiap manusia dan nyamuk yang lahir diasumsikan sehat.
9. Kontak didefinisikan sebagai interaksi antara nyamuk dan manusia.
10. Perpindahan manusia dari populasi *Recovered* ke populasi *Infectived* bukan karena gigitan nyamuk.
11. Setiap individu yang telah sembuh dan terinfeksi kembali diakibatkan hanya faktor fisik dan faktor itu diabaikan.

2. Model Penyebaran Penyakit Malaria

Model penyebaran penyakit malaria terbagi menjadi dua yaitu model penyebaran penyakit malaria pada manusia dan model penyebaran penyakit malaria pada nyamuk. Proses pembentukan model penyebarannya sebagai berikut:

Model penyebaran penyakit malaria pada manusia. Populasi manusia dibagi menjadi tiga subpopulasi yaitu :

1. Populasi manusia sehat yang rentan terhadap malaria (S_h).
Rata-rata perubahan jumlah manusia sehat yang rentan terhadap malaria adalah
$$\frac{dS_h}{dt} = T_h - bI_v \frac{S_h}{N_h} P_h - \mu_h S_h$$
2. Populasi manusia yang terinfeksi malaria (I_h).
Rata-rata perubahan jumlah populasi manusia yang terinfeksi penyakit malaria adalah
$$\frac{dI_h}{dt} = bI_v \frac{S_h}{N_h} P_h - \delta I_h - \mu_h I_h$$
3. Populasi manusia yang telah sembuh dari penyakit malaria (R_h).
Rata-rata perubahan jumlah populasi manusia yang telah sembuh dari penyakit malaria
$$\frac{dR_h}{dt} = \delta I_h - \mu_h R_h$$

Semua subpopulasi manusia digabung menjadi populasi total manusia yang didefinisikan dengan (N_h). Rata-rata perubahan total populasi manusia
$$\frac{dN_h}{dt} = T_h - \mu_h N_h$$

Model penyebaran penyakit malaria pada nyamuk. Populasi nyamuk yang merupakan vektor pembawa malaria, dibagi menjadi dua subpopulasi yaitu :

1. Populasi nyamuk sehat yang rentan terhadap malaria (S_v).

Rata-rata perubahan populasi nyamuk sehat yang rentan terhadap malaria persatuan waktu dinyatakan dalam persamaan diferensial $\frac{dS_v}{dt} = T_v - bS_v \frac{I_v}{N_v} P_v - \mu_v S_v$.

2. Populasi nyamuk yang terinfeksi malaria (I_v). Rata-rata perubahan populasi nyamuk terinfeksi yang malaria persatuan waktu dinyatakan dalam persamaan diferensial $\frac{dI_v}{dt} = bS_v \frac{I_v}{N_v} P_v - \mu_v I_v$

Karena umur nyamuk singkat/pendek (DEPKES RI, 2006), maka nyamuk yang telah terinfeksi malaria mati sebelum sembuh. Dengan kata lain subpopulasi nyamuk sembuh tidak ada. Sehingga subpopulasi nyamuk digabung menjadi populasi total nyamuk, dinotasikan dengan N_v yaitu $N_v = S_v + I_v + R_v$ atau $N_v = \frac{T_v}{\mu_v}$.

Berdasarkan proses pembentukan model penyebaran penyakit malaria pada manusia dan nyamuk diperoleh model penyebaran penyakit malaria sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{dS_h}{dt} &= T_h - bI_v \frac{S_h}{N_h} P_h - \mu_h S_h \\ \frac{dI_h}{dt} &= bI_v \frac{S_h}{N_h} P_h - \delta I_h - \mu_h I_h \\ \frac{dR_h}{dt} &= \delta I_h - \mu_h R_h \\ \frac{dS_v}{dt} &= T_v - bS_v \frac{I_v}{N_v} P_v - \mu_v S_v \\ \frac{dI_v}{dt} &= bS_v \frac{I_v}{N_v} P_v - \mu_v I_v \end{aligned} \tag{1}$$

Menurut DEPKES RI (2006), komponen yang sangat diperhatikan pada program eliminasi penyakit malaria adalah populasi manusia terinfeksi penyakit malaria (I_h), populasi manusia sembuh (R_h) dan populasi nyamuk terinfeksi (I_v) sehingga model penyebaran penyakit malaria (1) menjadi

$$\begin{aligned} \frac{dI_h}{dt} &= bI_v \frac{S_h}{N_h} P_h - \delta I_h - \mu_h I_h \\ \frac{dR_h}{dt} &= \delta I_h - \mu_h R_h \\ \frac{dI_v}{dt} &= bS_v \frac{I_v}{N_v} P_v - \mu_v I_v \end{aligned} \tag{2}$$

Karena populasi manusia dan nyamuk diasumsikan konstan, maka sistem dinamik model penyebaran penyakit malaria pada persamaan (2) menjadi lebih sederhana yaitu

$$\begin{aligned} \frac{dI_h}{dt} &= bI_v \frac{\frac{I_h - I_h - R_h}{\mu_h} P_h}{\mu_h} - \delta I_h - \mu_h I_h \\ \frac{dR_h}{dt} &= \delta I_h - \mu_h R_h \\ \frac{dI_v}{dt} &= b \left(\frac{T_v}{\mu_v} - I_v \right) \frac{I_v}{\mu_v} P_v - \mu_v I_v \end{aligned} \tag{3}$$

3. Titik Kesetimbangan dan Kestabilan

Sebelum membahas analisis titik kesetimbangan akan diberikan perhitungan parameter penyebaran penyakit malaria di Kabupaten Manokwari sebagai berikut :

1. Berdasarkan penelitian Arif tahun 2008, keberhasilan tranmisi dari nyamuk infeksi ke manusia sehat (P_v) adalah 0,26595.
2. Berdasarkan data dari Dinas Kependudukan dan Catatan Sipil Kabupaten Manokwari tahun 2008 pertambahan/kelahiran manusia (T_h) adalah 0,00456.
3. Berdasarkan penelitian Arif tahun 2008, jumlah nyamuk (T_v) adalah 0,59530.
4. Berdasarkan data dari Dinas Kependudukan dan Catatan Sipil Kabupaten Manokwari tahun 2008, kematian manusia (μ_h) adalah 0,00245.
5. Berdasarkan penelitian Arif tahun 2008, rata-rata kematian nyamuk (μ_v) adalah 0,26595.
6. Berdasarkan informasi dari Dinas Kesehatan Kabupaten Manokwari, rata-rata keberhasilan transmisi dari manusia terinfeksi ke nyamuk sehat (P_v) sebesar 0,5.
7. Berdasarkan data dari Dinas Kesehatan Kabupaten Manokwari tahun 2008, laju munculnya gejala klinis (δ) penyakit malaria adalah 0,63113.
8. Berdasarkan penelitian Arif tahun 2008, jumlah gigitan nyamuk pada manusia (b) adalah 184,86369.

Menurut Definisi 4.1 titik kesetimbangan pada sistem persamaan (2) dapat dicari pada saat $\frac{dI_h}{dt} = 0$, $\frac{dR_h}{dt} = 0$, dan $\frac{dI_v}{dt} = 0$.

Sistem persamaan (2) terjadi saat populasi manusia terinfeksi (I_h) dan populasi nyamuk terinfeksi (I_v) diperoleh masing-masing bernilai nol. Akibatnya populasi manusia sembuh (R_h) juga bernilai nol.

Dengan menggunakan bantuan program Maple Versi 8 diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan tak endemik adalah $E_1 = (I_h, R_h, I_v) = (0, 0, 0)$ sedangkan titik

kesetimbangan endemik adalah

$$E_2 = (I_h, R_h, I_v) = \left(\frac{(-P_v P_h b^2 + \mu_v \delta) T_h T_v}{b(b P_v T_v \mu_h + b P_h \delta T_v + \delta \mu_v T_h) P_v}, \frac{\delta(-P_v P_h b^2 + \mu_v \delta) T_h T_v}{b(b P_v T_v \mu_h + b P_h \delta T_v + \delta \mu_v T_h) P_v \mu_h}, \frac{T_h T_v (-P_v P_h b^2 + \mu_v \delta)}{b P_h \mu_v (b P_v T_h + T_v \mu_h + \delta T_v)} \right)$$

Menurut Finizio dan Ladas tahun 1982, suatu titik kesetimbangan dikatakan stabil jika untuk waktu yang lama fungsi tersebut konvergen ke satu titik. Dengan kata lain

$\lim_{n \rightarrow \infty} (I_h - R_h - I_v) = 0$. Jika tidak demikian maka titik tersebut tidak stabil. Berdasarkan definisi tersebut dapat dikatakan bahwa titik kesetimbangan tak endemik $E_1 = (I_h, R_h, I_v) = (0, 0, 0)$ stabil, karena $\lim_{n \rightarrow \infty} (I_h - R_h - I_v) = 0$ sedangkan titik kesetimbangan endemik

$$E_2 = (I_h, R_h, I_v) = \left(\frac{(-P_v P_h b^2 + \mu_v \delta) T_h T_v}{b(b P_v T_v \mu_h + b P_h \delta T_v + \delta \mu_v T_h) P_v}, \frac{\delta(-P_v P_h b^2 + \mu_v \delta) T_h T_v}{b(b P_v T_v \mu_h + b P_h \delta T_v + \delta \mu_v T_h) P_v \mu_h}, \frac{T_h T_v (-P_v P_h b^2 + \mu_v \delta)}{b P_h \mu_v (b P_v T_h + T_v \mu_h + \delta T_v)} \right)$$

dikatakan stabil apabila salah satu kondisi berikut terpenuhi yaitu apabila pertambahan populasi nyamuk atau I_v , dan parameter-parameter lain pada (3) merupakan konstanta sebarang atau dengan kata lain apabila pertambahan populasi manusia atau I_h , dan parameter-parameter lain pada (3) merupakan konstanta sebarang atau dengan kata lain, apabila keberhasilan transmisi malaria dari nyamuk yang terinfeksi ke manusia sehat atau $T_v = 0$, dan parameter-parameter lain pada (3) merupakan konstanta sebarang

($T_h = 0, b = b, P_v = P_v, P_h = P_h, \mu_v = \mu_v, \mu_h = \mu_h, \delta = \delta, T_v = T_v$) atau dengan kata lain

$$\left(P_h = \frac{\delta \mu_v}{P_v b^2}, T_v = T_v, b = b, P_v = P_v, \mu_v = \mu_v, \mu_h = \mu_h, \delta = \delta, T_h = T_h \right),$$

apabila pertambahan populasi manusia

$$T_h = \frac{P_h T_v (P_v \mu_h^2 b + P_v \mu_h b \delta - 2 \delta \mu_v \mu_h - \delta^2 \mu_v - \mu_v \mu_h^2)}{P_v \mu_v (-\mu_h \delta + \delta P_h b + P_h \mu_h b)}$$

dan parameter-parameter lain pada (3) merupakan konstanta sebarang atau dengan kata lain

$$\left(T_h = \frac{P_h T_v (P_v \mu_h^2 b + P_v \mu_h b \delta - 2 \delta \mu_v \mu_h - \delta^2 \mu_v - \mu_v \mu_h^2)}{P_v \mu_v (-\mu_h \delta + \delta P_h b + P_h \mu_h b)}, P_h = P_h, T_v = T_v, b = b, P_v = P_v, \mu_v = \mu_v, \mu_h = \mu_h, \delta = \delta \right)$$

KESIMPULAN DAN PENELITIAN LANJUTAN

Berdasarkan hasil pembahasan dapat disimpulkan :

1. Model epidemik *SIR* penyebaran penyakit malaria di Distrik Manokwari Barat dipengaruhi oleh rata-rata perubahan populasi manusia pembawa penyakit malaria persatuan waktu, rata-rata perubahan populasi manusia yang telah sembuh dari penyakit malaria persatuan waktu, dan rata-rata perubahan populasi nyamuk terinfeksi malaria persatuan waktu. Sehingga model penyakit malaria yang diperoleh adalah

$$\frac{dI_h}{dt} = b I_v \frac{T_h - I_h - R_h}{\mu_h} P_h - \delta I_h - \mu_h I_h$$

$$\frac{dR_h}{dt} = \delta I_h - \mu_h R_h$$

$$\frac{dI_v}{dt} = b \left(\frac{T_v}{\mu_v} - I_v \right) \frac{I_v}{\mu_v} P_v - \mu_v I_v$$

2. Berdasarkan analisis simulasi numerik dengan nilai-nilai parameter menggunakan data dari beberapa Kelurahan di Distrik Manokwari Barat diperoleh bahwa penyebaran malaria cenderung untuk stabil di titik kesetimbangan tak endemik $E_1(0,0,0)$, hal ini berarti tidak ada kasus malaria di beberapa Kelurahan di Distrik Manokwari Barat dan pada titik kesetimbangan endemik E_2 penyebaran malaria cenderung tidak stabil. Hal ini berarti, penyebaran penyakit malaria di beberapa kelurahan di Distrik Manokwari Barat pada tahun 2008 relatif cukup tinggi dan sewaktu-waktu dapat mengakibatkan terjadinya *blow up* kasus malaria.

Pada penelitian ini masalah penyebaran penyakit malaria hanya dibatasi pada beberapa kelurahan di Distrik Manokwari Barat, sehingga diharapkan ada penelitian lebih lanjut pada Distrik lain di Kabupaten Manokwari, bahkan Kabupaten Manokwari secara keseluruhan.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, H. 2000, Aljabar Linear Elementer, Erlangga, Jakarta.

Arif, N. 2009, *Plasmodium* yang Dominan dalam Nyamuk *Anopheles* Betina (*Anopheles*, spp) pada Beberapa tempat di Distrik Manokwari Barat. Skripsi sarjana sains FMIPA UNIPA, Manokwari.

Banso, A. and Adeyemo S. O. 2007. Evaluation of Antibacterial Properties of Tannins Isolated from *Dichrostachys cinerea*. African Journal of Biotechnology Vol. 6 (15), pp. 1785 – 1787.